

**Izražavanje mjerne
nesigurnosti pri
umjeravanju**

SVRHA

Svrha je ovoga dokumenta usklađenje određivanja mjerne nesigurnosti u EA-u kako bi se osim općih zahtjeva iz dokumenta EAL-R1 utvrdili posebni zahtjevi za iskazivanje mjerne nesigurnosti u potvrdama o umjeravanju koje izdaju akreditirani laboratoriji i pomoglo tijelima koja provode akreditacije da usklade dodjeljivanje najveće mjerne sposobnosti umjernim laboratorijima koje oni akreditiraju. Kako su pravila utvrđena ovim dokumentom sukladna s preporukama *Uputa za iskazivanje mjerne nesigurnosti* koje je objavilo sedam međunarodnih organizacija koje se bave normizacijom i mjeriteljstvom, primjena dokumenta EA-4/02 također će unaprijeđivati svjetsko prihvaćanje europskih mjernih rezultata.

NAKLADNIK: *Državni zavod za mjeriteljstvo* • ZA IZDAVAČA: *Mirko Vuković* • PREVEO S ENGLLESKOG JEZIKA: *Mirko Vuković* • LEKTORIRAO, IZVRŠIO PREGLED PRIJEVODA I USKLAĐENJE S FRANCUSKIM IZVORNIKOM: *Luka Vukojević* • PRIPREMA SLOGA: *Mirela Mikić Muha, LASERplus d.o.o., Zagreb* • *Zagreb, ožujak 2008.*

Sadržaj

Odjeljak	Stranica
1 Uvod	11
2 Opći prikaz i definicije	11
3 Određivanje vrijednosti mjerne nesigurnosti procjena ulaznih veličina	12
3.1 Opća razmatranja	12
3.2 Određivanje standardne nesigurnosti A vrste	12
3.3 Određivanje standardne nesigurnosti B vrste	13
4 Izračunavanje standardne nesigurnosti procjene izlazne veličine.	14
5 Povećana mjerna nesigurnost.	16
6 Iskazivanje mjerne nesigurnosti u potvrdama o umjeravanju.	16
7 Postupak korak po korak za izračunavanje mjerne nesigurnosti	17
8 Bibliografija	17
Dodatak A	18
Dodatak B.	20
Dodatak C	22
Dodatak D	23
Dodatak E.	25

1 Uvod

1.1 Ovaj dokument utvrđuje načela i zahtjeve za određivanje i iskazivanje mjerne nesigurnosti u potvrdama o umjeravanju. Izlaganje se provodi na općoj razini kako bi bilo prikladno za sva područja umjeravanja. Tu metodu prikazanu u općim crtama može biti potrebno za različita područja dopunjavati određenijim uputama kako bi se ti podaci mogli jednostavnije upotrebljavati. Pri razvoju takvih dopunskih uputa moraju se primjenjivati opća načela utvrđena u ovom dokumentu kako bi se osigurala usklađenost među različitim područjima.

1.2 Izlaganje u ovom dokumentu u skladu je s *Uputama za izražavanje mjerne nesigurnosti*, koje su prvi put objavljene 1993. godine u ime BIPM-a, IEC-a, IFCC-a, ISO-a, IUPAC-a, IUPAP-a i OIML-a (bibl. jed. 1). Međutim dok (bibl. jed. 1) utvrđuje opća pravila za određivanje mjerne nesigurnosti koja se mogu provoditi u većini područja fizikalnih mjerenja, ovaj se dokument usredotočuje na metodu koja je najprikladnija za mjerenje u umjernim laboratorijima i opisuje jasan i usklađen način određivanja i iskazivanja mjerne nesigurnosti. Ovaj dokument sadrži ove teme:

- definicije važne za ovaj dokument
- metode određivanja mjerne nesigurnosti ulaznih veličina
- odnos između mjerne nesigurnosti izlazne veličine i mjerne nesigurnosti ulaznih veličina
- povećana mjerna nesigurnost izlazne veličine
- iskazivanje mjerne nesigurnosti
- postupak korak po korak za izračunavanje mjerne nesigurnosti.

Izrađeni primjeri koji pokazuju primjenu ovdje izložene metode na posebne mjerne probleme u različitim područjima dat će se u dopunama. Određivanjem mjerne nesigurnosti bavi se također nekoliko dokumenata EAL-a koji daju upute o metodama umjeravanja. Neki od tih dokumenata sadrže posebno izrađene primjere.

1.3 U EAL-u **najveća mjerna sposobnost** (uvijek se odnosi na kakvu posebnu veličinu odnosno mjerenu veličinu) definira se kao najmanja mjerna nesigurnost koju kakav laboratorij može postići u okviru svog ovlaštenja kad provodi manje ili više obična umjeravanja gotovo idealnih mjernih etalona kojima je svrha definirati, ostvariti, čuvati ili obnavljati jedinicu te veličine ili jednu ili više njezinih vrijednosti, ili kad provodi više ili manje obična umjeravanja gotovo idealnih mjerila oblikovanih za mjerenje te veličine. Ocjena najveće mjerne sposobnosti akreditiranih umjernih laboratorija treba se temeljiti na metodi opisanoj u ovom dokumentu, ali se obično mora dokazati pokusima. Kako bi se pomoglo tijelima za akreditaciju pri ocjeni najveće mjerne sposobnosti u dodatku A daju se dodatna objašnjenja.

2 Opći prikaz i definicije

Napomena: Nazivi koji u osnovnom tekstu imaju posebno značenje pišu se masno kad se prvi put pojavljuju u dokumentu. Dodatak B sadrži rječnik tih naziva zajedno s njihovim izvorima.

2.1 Mjerni rezultat potpun je samo ako on sadrži vrijednost pridruženu mjerenoj veličini i mjernu nesigurnost pridruženu toj vrijednosti. U ovom se dokumentu sve veličine koje nisu točno poznate smatraju **slučajnim varijablama**, uključujući utjecajne veličine koje mogu utjecati na izmjerenu vrijednost.

2.2 Mjerna je **nesigurnost** parametar pridružen mjernom rezultatu koji opisuje rasipanje vrijednosti koje se mogu razumno pripisati mjerenoj veličini (bibl. jed. 2). U ovom se dokumentu ako nema opasnosti od zabune umjesto naziva **mjerna nesigurnost** upotrebljava kraći naziv **nesigurnost**. Popis tipičnih izvora mjerne nesigurnosti dan je u Dodatku C.

2.3 Mjerene veličine posebne su veličine podvrgnute mjerenju. Pri umjeravanju obično se radi o jednoj mjerenoj veličini ili **izlaznoj veličini** Y koja ovisi o **ulaznim veličinama** X_i ($i = 1, 2, \dots, N$) u skladu s funkcijskim odnosom:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (2.1)$$

Funkcija modela f prikazuje mjerni postupak i metodu određivanja vrijednosti izlazne veličine. Ona opisuje kako se izlazna veličina Y dobiva iz vrijednosti ulaznih veličina X_i . U većini slučajeva to će biti analitički izraz, ali to također

može biti skupina takvih izraza koji obuhvaćaju ispravke i faktore ispravka zbog sustavnih djelovanja, što dovodi do složenijeg odnosa koji se ne može opisati jednom eksplicitno definiranom funkcijom. Nadalje, funkcija f može se odrediti pokusom ili postojati samo kao računalni algoritam koji se može određivati brojučano ili pak može biti kombinacija toga dvoga.

2.4 Ulazne veličine X_i mogu se razvrstati u dva razreda prema načinu na koji se određuje vrijednost veličine i njezina nesigurnost:

- Veličine čija se procjena i njoj pridružena nesigurnost određuju izravno mjerenjem. Te se vrijednosti mogu dobiti naprimjer pojedinačnim opažanjem, opetovanim opažanjima ili prosudbom koja se temelji na iskustvu. One mogu uključivati određivanje ispravaka očitavanja mjerila i ispravaka zbog utjecajnih veličina, naprimjer temperature okoliša, barometarskoga tlaka ili vlažnosti.
- Veličine čija se procjena i njoj pridružena nesigurnost unose u mjerenje iz vanjskih izvora (naprimjer veličine pridružene umjeravanju mjernih etalona, potvrđenih referencijskih tvari ili referencijskih podataka koji se uzimaju iz priručnika).

2.5 Procjena mjerene veličine Y (**procjena izlazne veličine** Y koja se označuje s y) dobiva se iz jednadžbe (2.1) uporabom **procjena** x_i **ulaznih veličina** za vrijednosti ulaznih veličina X_i

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2.2)$$

Podrazumijeva se da su ulazne vrijednosti najbolje procjene za koje su provedeni ispravci zbog svih djelovanja važnih za taj model. U protivnom se potrebni ispravci unose kao posebne ulazne veličine.

2.6 Kao mjera rasipanja vrijednosti slučajne varijable upotrebljava se **varijancija** njezine razdiobe ili pozitivni drugi korijen varijancije koji se naziva **standardnim odstupanjem**. **Standardna mjerna nesigurnost** pridružena procjeni izlazne vrijednosti ili mjernom rezultatu y (označuje se s $u(y)$) standardno je odstupanje mjerene veličine Y . Ona se mora određivati iz procjena x_i ulaznih veličina X_i i njima pridruženih standardnih nesigurnosti $u(x_i)$. Standardna nesigurnost pridružena kakvoj procjeni ima istu dimenziju kao ta procjena. U nekim slučajevima može biti prikladna **relativna standardna mjerna nesigurnost** koja je jednaka standardnoj mjernoj nesigurnosti pridruženoj kakvoj procjeni podijeljenoj s modulom te procjene, pa je ona prema tomu nedimenzijska veličina. Taj se pojam ne može upotrebljavati ako je procjena jednaka ničici.

3 Određivanje vrijednosti mjerne nesigurnosti procjena ulaznih veličina

3.1 Opća razmatranja

3.1.1 Mjerna nesigurnost pridružena procjenama ulazne veličine određuje se u skladu s metodom određivanja "A vrste" ili "B vrste". **Određivanje standardne nesigurnosti A vrste** metoda je određivanja nesigurnosti statističkom analizom niza opažanja. U tom slučaju standardna je nesigurnost eksperimentalno standardno odstupanje srednje vrijednosti koji se dobiva uprosječenjem ili odgovarajućom regresijskom analizom. **Određivanje standardne nesigurnosti B vrste** metoda je određivanja nesigurnosti na način koji se razlikuje od statističke analize niza opažanja. U tom se slučaju određivanje standardne nesigurnosti temelji na nekim drugim znanstveno utvrđenim metodama.

Napomena: Postoje slučajevi, koji se rijetko susreću pri umjeravanju, kad sve moguće vrijednosti veličine leže na jednoj strani jedne granične vrijednosti. Dobro je poznat slučaj tzv. kosinusna pogriješka. Za obradbu takvih posebnih slučajeva vidi [bibl. jed. 1].

3.2 Određivanje standardne nesigurnosti A vrste

3.2.1 Određivanje vrijednosti standardne nesigurnosti metodom A vrste može se primjenjivati kad je provedeno više neovisnih opažanja jedne ulazne veličine pod istim mjernim uvjetima. Ako postoji dostatno razlučivanje u mjernom procesu, postojat će primjetno rasipanje ili raspršenje dobivenih vrijednosti.

3.2.2 Pretpostavimo da je opetovano mjerena ulazna veličina X_i jednaka veličini Q . S n statistički neovisnih opažanja ($n > 1$) procjena veličine Q jednaka je \bar{q} , **aritmetičkoj sredini** ili **prosjeku** tih pojedinačnih opaženih vrijednosti q_j ($j = 1, 2, \dots, n$):

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (3.1)$$

Mjerna nesigurnost pridružena procjeni \bar{q} određuje se u skladu s jednom od ovih metoda:

- (a) Procjena varijancije navedene razdiobe vjerojatnosti jednaka je **eksperimentalnoj varijanciji** $s^2(q)$ vrijednosti q_j koja je dana izrazom:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (3.2)$$

Njezin (pozitivni) drugi korijen naziva se **eksperimentalnim standardnim odstupanjem**. Najveća procjena varijancije aritmetičke sredine \bar{q} jednaka je **eksperimentalnoj varijanciji srednje vrijednosti**

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (3.3)$$

Njezin (pozitivni) drugi korijen naziva se **eksperimentalnim standardnim odstupanjem srednje vrijednosti**. Standardna nesigurnost $u(\bar{q})$ pridružena procjeni ulazne veličine \bar{q} eksperimentalno je standardno odstupanje srednje vrijednosti

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (3.4)$$

- (b) Za mjerenja koja su dobro opisana i pod statističkim nadzorom može biti na raspolaganju **sastavljena procjena varijancije** dobivena iz skupa podataka s_p^2 koja prikazuje rasipanje bolje od procijenjenoga standardnog odstupanja dobivena iz ograničena broja opažanja. Ako se u tom slučaju vrijednost ulazne veličine Q određuje kao aritmetička sredina \bar{q} maloga broja n neovisnih opažanja, varijancija srednje vrijednosti može se procijeniti s pomoću izraza:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (3.5)$$

Standardna nesigurnost izvodi se iz te vrijednosti s pomoću jednadžbe (3.4).

3.3 Određivanje standardne nesigurnosti B vrste

3.3.1 Određivanje standardne nesigurnosti B vrste određivanje je nesigurnosti pridružene kakvoj procjeni x_i ulazne veličine X_i s pomoću metoda različitih od statističke analize niza opažanja. Standardna nesigurnost $u(x_i)$ određuje se znanstvenom prosudbom koja se temelji na svim raspoloživim podacima o mogućoj promjenljivosti veličine X_i . Vrijednosti koje pripadaju toj kategoriji mogu se izvoditi iz:

- podataka dobivenih iz prijašnjih mjerenja
- iskustva s gradivima i mjerilima ili poznavanja ponašanja i svojstava bitnih gradiva i mjerila otprije
- proizvođačkih specifikacija
- podataka dobivenih umjeravanjem i podataka iz drugih potvrda o umjeravanju
- nesigurnosti pridruženih referencijskim podacima uzetim iz priručnika.

3.3.2 Ispravna uporaba dostupnih podataka za određivanje standardne mjerne nesigurnosti B vrste zahtijeva oštroumnost koja se temelji na iskustvu i općem znanju. To je vježba koja se stječe praksom. Dobro utemeljeno određivanje standardne nesigurnosti B vrste može biti isto tako pouzdano kao i određivanje standardne nesigurnosti A vrste posebno u slučajevima gdje se određivanje A vrste, temelji samo na razmjerno malom broju statistički neovisnih opažanja. Moraju se lučiti ovi slučajevi:

- (a) Kad je poznata samo **jedna vrijednost** veličine X_i , npr. jedna izmjerena vrijednost, vrijednost kojeg rezultata prijašnjeg mjerenja, kakva referencijska vrijednost iz literature ili vrijednost ispravka, ta se vrijednost upotrebljava za procjenu x_i ulaznih veličina. Standardna nesigurnost $u(x_i)$ pridružena x_i mora se prihvatiti gdje je dana. Inače se ona treba izračunati iz nedvosmislenih podataka o nesigurnosti. Ako podaci te vrste ne postoje, nesigurnost treba odrediti na temelju iskustva.
- (b) Kad se na temelju teorije ili iskustva za veličinu X_i može pretpostaviti **razdioba vjerojatnosti**, tada kao procjenu x_i ulazne veličine i pridruženu standardnu nesigurnost $u(x_i)$ treba uzeti redom odgovarajuće očekivanje ili očekivanu vrijednost i drugi korijen varijancije te razdiobe.

(c) Ako se mogu procijeniti samo **gornja i donja granica** a_+ i a_- vrijednosti veličine X_i (npr. proizvođačke specifikacije mjerila, temperaturno područje, zaokruživanje ili odbacivanje automatskim smanjenjem podataka), za moguće vrijednosti ulazne veličine X_i treba se pretpostaviti razdioba vjerojatnosti sa stalnom gustoćom vjerojatnosti između tih granica (pravokutna razdioba vjerojatnosti). U skladu s (b) za procijenjenu se vrijednost dobiva:

$$x_i = \frac{1}{2} (a_+ + a_-) \quad (3.6)$$

a za kvadrat standardne nesigurnosti:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12} (a_+ - a_-)^2 \quad (3.7)$$

Ako se s $2a$ označi razlika između graničnih vrijednosti, jednadžba (3.7) daje rezultat:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3} a^2 \quad (3.8)$$

Pravokutna razdioba razuman je vjerojatnosni opis neodgovarajućeg znanja o ulaznoj veličini X_i u nedostatku drugih podataka osim njezinih granica promjenljivosti. Ali ako je poznato da su vrijednosti te veličine koje su bliže središtu intervala promjenljivosti vjerojatnije od vrijednosti bližih granicama, bolji model može biti trokutna ili normalna razdioba. S druge strane, ako su vrijednosti bliže tim granicama vjerojatnije od vrijednosti koje su bliže središtu, može biti prikladnija razdioba koja ima oblik slova U.

4 Izračunavanje standardne nesigurnosti procjene izlazne veličine

4.1 Za nekorelirane ulazne veličine kvadrat standardne nesigurnosti pridružene procjeni y izlazne veličine daje se izrazom:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (4.1)$$

Napomena: Postoje slučajevi, koji se pri umjeravanju rijetko pojavljuju, gdje je model jako nelinearna funkcija ili gdje određeni koeficijent osjetljivosti [vidi jednadžbu (4.2) i (4.3)] iščezava, te se u jednadžbu (4.1) trebaju uključivati članovi višeg reda. O obradbi takva posebna slučaja vidi bibl. jed. 1.

Veličina $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) doprinos je standardnoj nesigurnosti pridruženoj procjeni y izlazne veličine koja se dobiva iz standardne nesigurnosti pridružene procjeni x_i ulazne veličine:

$$u_i(y) = c_i u(x_i) \quad (4.2)$$

gdje je c_i **koeficijent osjetljivosti** pridružen procjeni x_i ulazne veličine, tj. parcijalna derivacija funkcije f modela po ulaznoj veličini X_i određena u vrijednostima koje odgovaraju procjenama x_i ulaznih veličina,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \left. \frac{\partial f}{\partial X_i} \right|_{X_1=x_1, \dots, X_N=x_N} \quad (4.3)$$

4.2 Koeficijent osjetljivosti c_i opisuje u kojoj mjeri na procjenu y izlazne veličine utječu promjene procjene x_i ulazne veličine. On se može odrediti iz funkcije f modela s pomoću jednadžbe (4.3) ili uporabom brojčanih metoda, tj. računanjem promjene procjene y izlazne veličine nastale zbog promjene procjene x_i ulazne veličine od $+u(x_i)$ i $-u(x_i)$ i uzimanjem za c_i vrijednosti dobivene razlike procjene y podijeljene s $2u(x_i)$. Katkad može biti prikladnije naći promjenu procjene y izlazne veličine pokusno opetovanjem mjerenja npr. u $x_i + u(x_i)$.

4.3 Uzimajući u obzir da je nesigurnost $u(x_i)$ uvijek pozitivna, doprinos $u_i(y)$ u skladu s jednadžbom (4.2) pozitivan je ili negativan ovisno o predznaku koeficijenta osjetljivosti c_i . U slučaju koreliranih ulaznih veličina (vidi jednadžbu (D4) dodatka D) treba uzeti u obzir predznak veličine $u_i(y)$.

4.4 Ako je funkcija f modela zbroj ili razlika ulaznih veličina X_i :

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \sum_{i=1}^N p_i X_i \quad (4.4)$$

procjena izlazne veličine u skladu s jednadžbom (2.2) dana je odgovarajućim zbrojem ili razlikom procjena ulaznih veličina:

$$y = \sum_{i=1}^N p_i x_i \quad (4.5)$$

gdje su koeficijenti osjetljivosti jednaki p_i , a jednadžba (4.1) poprima oblik:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 u^2(x_i) \quad (4.6)$$

4.5 Ako je funkcija f modela umnožak ili količnik ulaznih veličina X_i

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = c \prod_{i=1}^N X_i^{p_i} \quad (4.7)$$

procjena izlazne veličine ponovno odgovara umnošku ili količniku procjena izlaznih veličina:

$$y = c \prod_{i=1}^N x_i^{p_i} \quad (4.8)$$

U tom slučaju koeficijenti osjetljivosti jednaki su $p_i y / x_i$, a iz jednadžbe (4.1), ako se upotrebljavaju relativne standardne nesigurnosti $w(y) = u(y) / |y|$ i $w(x_i) = u(x_i) / |x_i|$, dobiva se izraz analogan jednadžbi (4.6):

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^N p_i^2 w^2(x_i) \quad (4.9)$$

4.6 Ako su dvije ulazne veličine X_i i X_k u određenoj mjeri **korelirane**, tj. ako su na neki način međusobno ovisne, njihove se **kovarijancije** također smatraju doprinosom nesigurnosti. O postupku uključivanja kovarijancija u izraz za mjernu nesigurnost vidi dodatak D. Mogućnost da se uzima u obzir djelovanje ispravaka ovisi o poznavanju mjernoga procesa i o prosudbi međusobne ovisnosti ulaznih veličina. Općenito, treba imati na umu da zanemarenje korelacija između ulaznih veličina može dovesti do neispravnog određivanja standardne nesigurnosti mjerene veličine.

4.7 Kovarijancija pridružena procjenama dviju ulaznih veličina X_i i X_k može se smatrati jednakom ničtici ili nevažnom ako su:

- ulazne veličine X_i i X_k neovisne, npr. jer su u različitim neovisnim pokusima opažane uzastopno, a ne istodobno, ili jer prikazuju veličine koje su rezultat različitih određivanja koja su provedena neovisno, ili ako se
- bilo koja od ulaznih veličina X_i i X_k može smatrati stalnom, ili ako
- istraživanja ne daju podatke koji pokazuju postojanje korelacije između ulaznih veličina X_i i X_k .

Katkad se korelacije mogu ukloniti pravilnim odabirom funkcije modela.

4.8 Analiza nesigurnosti mjerenja – katkad se naziva budžetom nesigurnosti – treba obuhvaćati popis svih izvora nesigurnosti zajedno s pridruženim standardnim nesigurnostima i metodama njihova određivanja. Za opetovana mjerenja također treba navesti broj opažanja n . Radi jasnoće preporučuje se da se podaci bitni za analizu prikazuju u

Tablica 4.1: Shema uređenoga prikaza veličina, procjena, standardnih nesigurnosti, koeficijenata osjetljivosti i doprinosa nesigurnosti koji se upotrebljavaju u analizi nesigurnosti mjerenja.

Veličina	Procjena	Standardna nesigurnost	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos standardnoj nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$	c_i	$u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$	c_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$	c_2	$u_2(y)$
X_N	x_N	$u(x_N)$	c_N	$u_N(y)$
Y	y			$u(y)$

obliku tablice. U toj se tablici sve veličine trebaju označivati znakom fizikalne veličine X_i ili kraćim identifikatorom. Za svaku od njih treba specificirati barem procjenu x_i , pridruženu standardnu mjernu nesigurnost $u(x_i)$, koeficijent osjetljivosti c_i i različite doprinose nesigurnosti $u_i(y)$. Uz brojčane vrijednosti u tablici treba također navesti dimenziju svake od tih veličina.

4.9 Uobičajeni primjer takva uređenja dan kao u tablici 4.1 primjenjiv je na nekorelirane ulazne veličine. Standardna nesigurnost pridružena mjernom rezultatu $u(y)$ dana na dnu u desnom kutu tablice korijen je zbroja kvadrata svih doprinosa nesigurnosti iz krajnjega desnog stupca. Sivi se dio tablice ne popunjava.

5 Povećana mjerna nesigurnost

5.1 U EAL-u je odlučeno da umjerni laboratoriji koje su akreditirali članovi EAL-a moraju iskazivati **povećanu mjernu nesigurnost** U , dobivenu množenjem standardne nesigurnosti $u(y)$ procjene y izlazne veličine **faktorom pokrivanja** k

$$U = ku(y) \quad (5.1)$$

U slučajevima kad se mjerenoj veličini može pridružiti normalna (Gaussova) razdioba, a standardna nesigurnost pridružena procjeni izlazne veličine ima dostatnu pouzdanost, upotrebljavat će se uobičajeni faktor pokrivanja $k = 2$. Pridijeljena povećana nesigurnost odgovara **vjerojatnosti pokrivanja** od približno 95 %. Pri umjeravanju ti su uvjeti u većini nabrojanih slučajeva ispunjeni.

5.2 Pretpostavka da je razdioba normalna ne može se uvijek lako potvrditi pokusom. Međutim, u slučajevima gdje više (tj. $N \geq 3$) sastavnica nesigurnosti, izvedenih iz dobro definiranih razdioba vjerojatnosti neovisnih veličina (npr. normalne ili pravokutne razdiobe), pridonosi standardnoj nesigurnosti pridruženoj procjeni izlazne veličine s razmjerno istim iznosima, ispunjeni su uvjeti središnjega graničnoga teorema, te se s velikim stupnjem vjerovanja može pretpostaviti da je razdioba izlazne veličine približno normalna.

5.3 Pouzdanost standardne nesigurnosti pridijeljene procjeni izlazne veličine određuje se na temelju stvarnoga broja stupnjeva slobode (vidi dodatak E). Međutim, kriterij je pouzdanosti uvijek ispunjen ako se ni jedan od doprinosa nesigurnosti ne dobiva iz određivanja A vrste na temelju manje od deset opetovanih opažanja.

5.4 Ako jedan od tih uvjeta nije ispunjen (normalnost ili dostatna pouzdanost), uobičajeni faktor pokrivanja $k = 2$ može dati povećanu nesigurnost koja odgovara vjerojatnosti pokrivanja manjoj od 95 %. U tim se slučajevima, kako bi se osiguralo da vrijednost povećane nesigurnosti odgovara istoj vjerojatnosti pokrivanja kao u slučaju normalne razdiobe, trebaju provoditi drugi postupci. Uporaba približno iste vjerojatnosti pokrivanja bitna je kad god se trebaju uspoređivati dva mjerna rezultata iste veličine, npr. kad se vrednuju rezultati međulaboratorijskih usporedaba ili kad se ocjenjuje sukladnost sa specifikacijom.

5.5 Čak i kad se može pretpostaviti normalna razdioba, može se dogoditi da standardna nesigurnost pridružena procjeni izlazne veličine nije dostatno pouzdana. Ako u tom slučaju nije prikladno povećavati broj n opetovanih mjerenja ili umjesto manje pouzdanog određivanja A vrste upotrebljavati određivanje B vrste, treba upotrebljavati metodu danu u Dodatku E.

5.6 U preostalim slučajevima, tj. u svim slučajevima gdje se ne može opravdavati pretpostavka o normalnosti razdiobe, moraju se upotrebljavati podaci o stvarnoj razdiobi vjerojatnosti procjene izlazne veličine kako bi se dobila vrijednost faktora pokrivanja k koja približno odgovara vjerojatnosti pokrivanja od 95 %.

6 Iskazivanje mjerne nesigurnosti u potvrdama o umjeravanju

6.1 U potvrdama o umjeravanju potpun mjerni rezultat koji se sastoji od procjene y mjerene veličine i njoj pridružene povećane nesigurnosti U daje se u obliku $(y \pm U)$. Tomu se mora dodati objasnidbena napomena koja općenito mora imati ovaj sadržaj:

Navedena se mjerna nesigurnost daje kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 2$, koji za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %. Standardna mjerna nesigurnost određena je u skladu s publikacijom EA-4/02.

6.2 Međutim, u slučajevima gdje se provodi postupak iz Dodatka E, dodatna napomena treba glasiti ovako:

Navedena se povećana mjerna nesigurnost daje kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = XX$, koji za t -razdiobu s $v_{\text{eff}} = YY$ stupnjeva slobode odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %. Standardna mjerna nesigurnost određena je u skladu s publikacijom EA-4/02.

6.3 Brojčana vrijednost mjerne nesigurnosti treba se davati s najviše dvije važne znamenke. Brojčana vrijednost mjernog rezultata pri konačnom iskazu obično se treba zaokružiti na najmanje važnu brojku u vrijednosti povećane nesigurnosti pridijeljene mjernom rezultatu. Postupak zaokruživanja treba se provoditi u skladu s uobičajenim pravilima zaokruživanja (o daljnjim pojedinostima o zaokruživanju vidi normu ISO 31-0:1992, Dodatak B). Ako se međutim zaokruživanjem brojčana vrijednost mjerne nesigurnosti smanjuje za više od 5 %, treba se upotrebljavati vrijednost zaokružena na više.

7 Postupak korak po korak za izračunavanje mjerne nesigurnosti

7.1 Ovo su upute za uporabu ovoga dokumenta u praksi (usporedi primjere izrađene u Dodatku F i u posebnim dopunskim dokumentima):

- Matematički izrazite ovisnost mjerene veličine (izlazne veličine) Y o ulaznim veličinama X_i u skladu s jednadžbom (2.1). U slučaju izravne usporedbe dvaju etalona ta jednadžba može biti veoma jednostavna, npr. $X = X_1 + X_2$.
- Utvrđite i primijenite sve važne ispravke.
- U skladu s točkom 4 sastavite popis svih izvora nesigurnosti u obliku analize nesigurnosti.
- Za veličine koje se opetovano mjere u skladu s podtočkom 3.2 izračunajte standardnu nesigurnost $u(q)$.
- Za pojedinačne vrijednosti, npr. vrijednosti rezultata prijašnjih mjerenja, vrijednosti ispravaka ili vrijednosti iz literature, uzimajte standardne nesigurnosti kad su one dane ili kad se mogu izračunati u skladu sa stavkom 3.3.2
 - Obratite pozornost na upotrijebljeno prikazivanje nesigurnosti. Ako ne postoje potrebni podaci iz kojih se može izvesti standardna nesigurnost, vrijednost standardne nesigurnosti $u(x_i)$ iskažite na temelju znanstvenog iskustva.
- Za ulazne veličine za koje je poznata ili se može pretpostaviti razdioba vjerojatnosti izračunajte očekivanje i standardnu nesigurnost $u(x_i)$ u skladu sa stavkom 3.3.2 (b). Ako su dane ili ako se mogu procijeniti samo donja i gornja granica, standardnu nesigurnost $u(x_i)$ izračunajte u skladu sa stavkom 3.3.2 (c).
- Za svaku ulaznu veličinu X_i izračunajte u skladu s jednadžbama (4.2) i (4.3) doprinos $u_i(y)$ nesigurnosti pridružene procjeni izlazne veličine koja nastaje iz procjene x_i ulazne veličine i zbrojite njihove kvadrate kako je opisano u jednadžbi (4.1) kako bi se dobio kvadrat standardne nesigurnosti $u(y)$ mjerene veličine. Ako je poznato da su ulazne veličine korelirane, primijenite postupak dan u Dodatku D.
- Izračunajte povećanu nesigurnost U množenjem standardne nesigurnosti $u(y)$ pridružene procjeni ulazne veličine faktorom pokrivanja k odabranim u skladu s točkom 6.
- Iskažite mjerni rezultat procjene y mjerene veličine pridružene povećanoj nesigurnosti U i faktor pokrivanja k u potvrdi o umjeravanju u skladu s točkom 6.

8 Bibliografija

- Upute za iskazivanje mjerne nesigurnosti, prvo izdanje, 1993. godine, ispravljeno i pretiskano 1995. godine, Međunarodna organizacija za normizaciju (Ženeva, Švicarska)
- Rječnik osnovnih i općih naziva u mjeriteljstvu, drugo izdanje, 1993. godine, Međunarodna organizacija za normizaciju (Ženeva, Švicarska)
- Međunarodna norma ISO 3534-1, Statistika – Rječnik i znakovi – 1. dio: Vjerojatnost i opći statistički nazivi, prvo izdanje, 1993. godine, Međunarodna organizacija za normizaciju (Ženeva, Švicarska)

Dodatak A

Objašnjenja uz ocjenu najveće mjerne sposobnosti

- A1** Najveća mjerna sposobnost (vidi točku 1 u osnovnom tekstu) jedan je od parametara koji se upotrebljavaju za određivanje **opsega djelovanja** kojega ovlaštenog laboratorija; drugi su parametri fizikalna veličina, metoda umjeravanja ili vrsta mjerila koje treba umjeravati i mjerno područje. Najveća mjerna sposobnost obično se iskazuje u **planu akreditacije** ili drugoj dokumentaciji koja prati **odluku o akreditaciji ili potvrdu o akreditaciji** koja se u mnogim slučajevima izdaje kao dokaz o akreditaciji. Ona se povremeno iskazuje i u planu akreditacije i u pratećim dokumentima. Najveća mjerna sposobnost jedan je od temeljnih podataka koji se moraju nalaziti u imenicima akreditiranih laboratorija koje obično izdaju tijela za akreditaciju, a služe mogućim korisnicima usluga akreditiranih laboratorija za prosudbu prikladnosti laboratorija da za njih provodi posebne poslove umjeravanja u laboratoriju ili na terenu.
- A2** Kako bi se omogućila provedba uspoređivanja sposobnosti različitih umjernih laboratorija, posebno laboratorija koje su akreditirala različita tijela za akreditaciju, moraju se uskladiti iskazi najveće mjerne sposobnosti, koji se temelje na njezinoj definiciji danoj u tekstu. Kako bi se to olakšalo, u nastavku se daju objašnjenja naziva najveća mjerna sposobnost, koji se temelje na definiciji danoj u osnovnom tekstu.
- A3** Pod "više-manje svakodnevnim umjeravanjima" misli se da laboratorij mora moći postići utvrđenu sposobnost u **redovitom** radu koji provodi u skladu sa svojom akreditacijom. Očito postoje slučajevi gdje bi laboratorij mogao na temelju širih istraživanja i dodatnih mjera opreza bolje raditi, ali te slučajeve ne obuhvaća definicija najveće mjerne sposobnosti, sve dok to nije otvorena politika laboratorija koji provodi takva znanstvena istraživanja (u tom slučaju ona postaju "više ili manje svakodnevni" tip umjeravanja laboratorija).
- A4** Uvođenje kvalifikatora "približno idealan" u definiciju znači da najveća mjerna sposobnost ne smije ovisiti o značajkama uređaja koji treba umjeravati. Pojmu *približno idealan* svojstveno je da ne bi trebao postojati velik doprinos mjernoj nesigurnosti koji se može pripisati fizikalnom djelovanjima koja se mogu pripisati nesavršenostima uređaja koji se umjerava. Međutim, podrazumijeva se da bi trebao postojati takav uređaj. Ako se utvrdi da u kojem posebnu slučaju čak i **najidealniji** raspoloživi uređaj pridonosi mjernoj nesigurnosti, taj se doprinos mora uključiti u određivanje najveće mjerne sposobnosti te je potrebno iskazati da se najveća mjerna sposobnost odnosi na umjeravanje toga tipa uređaja.
- A5** Definicija najveće mjerne sposobnosti znači da koji laboratorij nema pravo u okviru **svoje akreditacije** davati manju mjernu nesigurnost od najveće mjerne sposobnosti. To znači da se od tog laboratorija zahtijeva da iskazuje nesigurnost veću od one koja odgovara najvećoj mjernoj sposobnosti uvijek kad se utvrdi da stvarni proces umjeravanja u velikoj mjeri povećava mjernu nesigurnost. U tipičnom slučaju oprema koja se umjerava može pridonositi nesigurnosti. **Stvarna** mjerna nesigurnost ne može očito nikad biti manja od najveće mjerne sposobnosti. Kad se iskazuje stvarna nesigurnost, od laboratorija se mora tražiti da primjenjuje načela ovoga dokumenta.
- A6** Treba istaknuti da je prema definiciji najveće mjerne sposobnosti taj pojam primjenjiv samo na mjerne rezultate koje taj laboratorij daje u skladu sa svojim statusom akreditiranog laboratorija. Moguće je da laboratorij traži akreditaciju s većom nesigurnošću od tehničke sposobnosti ako laboratorij ima unutrašnje razloge za to. Takvi unutrašnji razlozi obično uključuju slučajeve gdje stvarna sposobnost mora održavati povjerenje vanjskih korisnika, npr. kad se provodi istraživanje i razvoj ili kad se daje usluga za posebne korisnike. Politika tijela za akreditaciju treba biti takva da se akreditacija dodjeljuje za svaku razinu za koju se traži ako je laboratorij sposoban provoditi umjeravanja na toj razini. (Ta se razmatranja ne odnose na najveću mjernu sposobnost, nego na sve parametre koje određuju opseg djelovanja umjernog laboratorija.)
- A7** Ocjena najveće mjerne sposobnosti zadaća je tijela za akreditaciju. Procjena mjerne nesigurnosti koja određuje najveću mjernu sposobnost treba provoditi postupak izložen u ovom dokumentu, osim u slučaju koji obuhvaća prethodna podtočka. Najveća mjerna sposobnost mora se iskazivati na istoj razini koja se zahtijeva za potvrde o umjeravanju, tj. u obliku povećane nesigurnosti obično s faktorom pokrivanja $k = 2$. (Samo u onim iznimnim slučajevima gdje se ne može pretpostaviti postojanje normalne razdiobe ili se ocjena temelji

na ograničenim podacima, najveća se mjerna sposobnost treba iskazivati s vjerojatnošću pokrivanja od približno 95 %. Vidi poglavlje 5 osnovnoga teksta.)

- A8** Sve sastavnice koje u većoj mjeri pridonose mjernoj nesigurnosti moraju se uzeti u obzir kad se određuje najveća mjerna sposobnost. Određivanje doprinosa za koje se zna da se vremenski mijenjaju ili da se mijenjaju u ovisnosti o nekoj drugoj fizikalnoj veličini može se temeljiti na granicama mogućih promjena koje se pretpostavljaju u običnim radnim uvjetima. Naprimjer, ako se upotrebljava radni etalon čija je promjena radnih značajka poznata, doprinos izazvan tom promjenom između idućih umjeravanja etalona treba uzeti u obzir kad se procjenjuje doprinos nesigurnosti radnog etalona.
- A9** U određenim područjima mjerna nesigurnost može ovisiti o nekim dodatnim parametrima, npr. frekvenciji primijenjenog napona pri umjeravanju etalonskog otpornika. Takvi dodatni parametri moraju se iskazivati zajedno s dotičnom fizikalnom veličinom i najvećom mjernom sposobnošću utvrđenom za dodatne parametre. To se često može učiniti tako da se najveća mjerna sposobnost daje kao funkcija tih parametara.
- A10** Najveća mjerna sposobnost obično se treba iskazivati broičano. Kad je najveća mjerna sposobnost funkcija veličine na koju se odnosi (ili kakva drugoga parametra), ona se treba davati u analitičkom obliku, ali u tom slučaju se analitički izraz može slikovito potkrijepiti kakvim dijagramom. Uvijek treba biti nedvosmisleno jasno daje li se najveća mjerna sposobnost u apsolutnom ili relativnom obliku. (Obično nužno objašnjenje daje uključivanje odgovarajuće jedinice, ali u slučaju nedimenzijskih veličina potreban je poseban iskaz.)
- A11** Premda se ocjena treba temeljiti na postupcima iz ovoga dokumenta, u osnovnom dijelu teksta postoji zahtjev da se ta ocjena obično treba "potkrijepiti ili potvrditi pokusom". Smisao je tog zahtjeva da se pri svom vrednovanju tijelo koje provodi akreditaciju ne oslanja samo na mjernu nesigurnost. Međulaboratorijske usporedbe koje su bitne za vrednovanje trebaju se provoditi pod nadzorom tijela za akreditacije ili u njegovo ime.

Dodatak B

Rječnik nekih važnih naziva

- B1 aritmetička sredina** (bibl. jed. 3, naziv 2.26)
Zbroj vrijednosti podijeljen s brojem vrijednosti.
- B2 najveća mjerna sposobnost** (točka 1)
Najmanja mjerna nesigurnost koju laboratorij može postići u okviru svoje akreditacije kad provodi manje ili više obična umjeravanja gotovo idealnih mjernih etalona kojima je svrha definirati, ostvarivati, čuvati ili obnavljati jedinicu te veličine ili jednu ili više njezinih vrijednosti, ili kad provodi više ili manje obična umjeravanja približno idealnih mjerila oblikovanih za mjerenje te veličine.
- B3 korelacija** (bibl. jed. 3, naziv 1.13)
Odnos između dviju ili više slučajnih varijabla unutar kakve razdiobe dviju ili više slučajnih varijabla.
- B4 koeficijent korelacije** (bibl. jed. 1, točka C.3.6)
Mjera relativne međuovisnosti dviju slučajnih varijabla jednaka omjeru njihovih kovarijancija i pozitivnoga drugoga korijena umnoška njihovih varijancija.
- B5 kovarijancija** (bibl. jed. 1, točka C.3.4)
Mjera relativne međuovisnosti dviju slučajnih varijabla jednaka očekivanju umnoška odstupanja dviju slučajnih varijabla od njihovih odgovarajućih očekivanja.
- B6 faktor pokrivanja** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.6)
Brojčani faktor koji se upotrebljava kao množitelj standardne mjerne nesigurnosti kako bi se dobila povećana mjerna nesigurnost.
- B7 vjerojatnost pokrivanja** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.5, napomena 1)
Udio (obično velik) razdiobe vrijednosti koje bi se kao mjerni rezultat razumno mogle pripisati mjerenoj veličini.
- B8 eksperimentalno standardno odstupanje** (bibl. jed. 2, naziv 3.8)
Pozitivni drugi korijen eksperimentalne varijancije.
- B9 Povećana nesigurnost** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.5)
Veličina koja određuje interval oko mjernog rezultata za koji se može očekivati da obuhvaća velik udio razdiobe vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini.
- B10 eksperimentalna varijancija** (bibl. jed. 1, točka 4.2.2)
Veličina koja opisuje rasipanje rezultata niza od n opažanja iste mjerene veličine dane u ovom tekstu jednačbom (3.2).
- B11 procjena ulazne veličine** (bibl. jed. 1, točka 4.1.4)
Procjena ulazne veličine koja se upotrebljava za određivanje mjernog rezultata.
- B12 ulazna veličina** (bibl. jed. 1, točka 4.1.2)
Veličina o kojoj ovisi mjerena veličina koja se uzima u obzir u postupku određivanja mjernog rezultata.
- B13 mjerena veličina** (bibl. jed. 2, naziv 4.1.4)
Posebna veličina podvrgnuta mjerenju.
- B14 procjena izlazne veličine** (bibl. jed. 1, točka 4.1.4)
Mjerni rezultat izračunan iz procjena ulaznih veličina s pomoću funkcije modela.
- B15 izlazna veličina** (bibl. jed. 1, točka 4.1.2)
Veličina koja prikazuje mjerenu veličinu pri određivanju vrijednosti u kakvu mjerenju.
- B16 skupna procjena varijancije** (bibl. jed. 1, točka 4.2.4)
Procjena eksperimentalne varijancije dobivena iz dugog niza opažanja iste mjerene veličine u dobro definiranim mjerenjima pod statističkim nadzorom.

- B17 razdioba vjerojatnosti** (bibl. jed. 3, naziv 1.3)
Funkcija koja daje vjerojatnost da slučajna varijabla poprimi koju danu vrijednost ili pripada danom skupu vrijednosti.
- B18 slučajna varijabla** (bibl. jed. 3, naziv 1.2)
Varijabla koja može poprimiti bilo koju vrijednost iz određenog skupa vrijednosti i kojoj je pridružena razdioba vjerojatnosti.
- B19 relativna standardna mjerna nesigurnost** (bibl. jed. 1, točka 4.2.4)
Standardna nesigurnost veličine podijeljena s procjenom te veličine.
- B20 koeficijent osjetljivosti pridružen procjeni ulazne veličine** (bibl. jed. 1, točka 5.1.3)
Diferencijalna promjena procjene izlazne veličine proizvedena diferencijalnom promjenom procjene ulazne veličine podijeljena promjenom procjene te ulazne veličine.
- B21 standardno odstupanje** (bibl. jed. 3, naziv 1.23)
Pozitivni drugi korijen varijancije slučajne varijable.
- B22 standardna mjerna nesigurnost** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.1)
Mjerna nesigurnost izražena kao standardno odstupanje.
- B23 metoda određivanja A vrste** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.2)
Metoda određivanja mjerne nesigurnosti statističkom analizom niza opažanja.
- B24 metoda određivanja B vrste** (bibl. jed. 1, naziv 2.3.3)
Metoda određivanja mjerne nesigurnosti na način drukčiji od statističke analize niza opažanja.
- B25 mjerna nesigurnost** (bibl. jed. 2, naziv 3.9)
Parametar pridružen mjernom rezultatu koji opisuje rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjerenoj veličini.
- B26 varijancija** (bibl. jed. 3, naziv 1.22)
Očekivanje kvadrata odstupanja slučajne varijable oko njezina očekivanja.

Dodatak C

Izvori mjerne nesigurnosti

- C1** Nesigurnost mjernog rezultata odražava pomanjkanje potpuna znanja o vrijednosti mjerene veličine. Potpuno znanje zahtijeva beskonačan broj podataka. Pojave koje pridonose nesigurnosti i prema tomu činjenici da se mjerni rezultat ne može opisati jednom vrijednošću nazivaju se izvorima nesigurnosti. U stvarnosti postoje mnogi mogući izvori mjerne nesigurnosti [bibl. jed. 1], koji uključuju:
- (a) nepotpunu definiciju mjerene veličine
 - (b) nesavršeno ostvarenje definicije mjerene veličine
 - (c) nereprezentativno uzorkovanje – mjerni uzorak može ne predstavljati određenu mjerenu veličinu
 - (d) nedostatno poznata djelovanja uvjeta okoliša ili njihovo nesavršeno mjerenje
 - (e) osobnu pristranost pri očitavanju analognih mjerila
 - (f) konačno razlučivanje mjerila ili prag pokretljivosti
 - (g) netočne vrijednosti mjernih etalona i referentnih tvari
 - (h) netočne vrijednosti stalnica i drugih parametara koji se dobivaju iz vanjskih izvora i upotrebljavaju u algoritmima za smanjenje podataka
 - (i) približenja i pretpostavke ugrađene u mjernu metodu i postupak
 - (j) promjene opetovanih opažanja mjerene veličine pod očigledno istovjetnim uvjetima.
- C2** Ti izvori nisu nužno neovisni. Neki od izvora od (a) do (i) mogu pridonositi izvoru (j).

Dodatak D

Korelirane ulazne veličine

- D1** Ako je poznato da su ulazne veličine X_i i X_k u određenoj mjeri korelirane, tj. ako su na neki način uzajamno ovisne, kovarijancija pridružena tim dvjema procjenama x_i i x_k

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \quad (D.1)$$

treba se smatrati dodatnim doprinosom nesigurnosti. Stupanj korelacije opisuje se **koeficijentom korelacije** $r(x_i, x_k)$ (gdje je $i \neq k$ i $|r| \leq 1$).

- D2** U slučaju n neovisnih parova istodobno opetovanih opažanja dviju veličina P i Q kovarijancija pridružena aritmetičkim sredinama \bar{p} i \bar{q} daje se izrazom:

$$s(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^n (p_j - \bar{p})(q_j - \bar{q}) \quad (D.2)$$

a zamjenom se r može izračunati iz jednadžbe (D.1).

- D3** Za utjecajne se veličine svaki stupanj korelacije treba temeljiti na iskustvu. Kad postoji korelacija, jednadžba (4.1) treba se zamijeniti jednadžbom:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N c_i c_k u(x_i, x_k) \quad (D.3)$$

gdje su c_i i c_k koeficijenti osjetljivosti određeni jednadžbom (4.3) ili jednadžbom:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^N u_i(y) u_k(y) r(x_i, x_k) \quad (D.4)$$

s doprinosima $u_i(y)$ standardnoj nesigurnosti procjene y izlazne veličine koja potječe iz standardne nesigurnosti procjene x_i ulazne veličine dane jednadžbom (4.2). Treba napomenuti da drugi zbroj članova u jednadžbi (D.3) ili (D.4) može dobiti negativan predznak.

- D4** U stvarnosti su ulazne veličine često korelirane zbog toga što se za određivanje njihovih vrijednosti upotrebljavaju isti fizikalni referencijski etalon, isto mjerilo, isti referencijski podatak ili čak ista mjerna metoda koji imaju znatnu nesigurnost. Bez gubitka općenitosti, pretpostavimo da dvije ulazne veličine X_1 i X_2 , čije su procjene x_1 i x_2 , ovisne o skupu neovisnih varijabla Q_l ($l = 1, 2, \dots, L$):

$$X_1 = g_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_L) \quad (D.5)$$

$$X_2 = g_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$$

premda se neke od tih varijabla ne moraju nužno pojavljivati u obje funkcije. Procjene ulaznih veličina x_1 i x_2 bit će u određenoj mjeri korelirane čak i kad procjene q_l ($l = 1, 2, \dots, L$) nisu korelirane. U tom je slučaju kovarijancija $u(x_1, x_2)$ pridružena procjenama x_1 i x_2 dana izrazom:

$$u(x_i, x_k) = \sum_{l=1}^L c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \quad (D.6)$$

gdje su c_{1l} i c_{2l} koeficijenti osjetljivosti izvedeni iz funkcija g_1 i g_2 na sličan način kao u jednadžbi (4.3). Budući da zbroju pridonose samo oni članovi čiji koeficijenti osjetljivosti ne iščezavaju, kovarijancija je jednaka ničiti

ako ne postoji varijabla zajednička funkcijama g_1 i g_2 . Koeficijent korelacije $r(x_1, x_2)$ pridružen procjenama x_1 i x_2 određuje se iz jednadžbe (D.6) zajedno s jednadžbom (D.1).

- D5** Ovaj primjer pokazuje korelacije koje postoje između vrijednosti pridruženih dvama etalonima koji se umjeravaju prema istom referencijskom etalonu.

Mjerni problem

Dva se etalona uspoređuje s referencijskim etalonom Q_s s pomoću mjernog sustava kojim se može odrediti razlika z njihovih vrijednosti s pridruženom mjernom nesigurnošću $u(z)$. Vrijednost q_s referencijskog etalona poznata je sa standardnom nesigurnošću $u(q_s)$.

Matematički model

Procjene x_1 i x_2 ovise o vrijednosti q_s referencijskog etalona i opaženim razlikama z_1 i z_2 u skladu s odnosima:

$$x_1 = q_s - z_1 \quad (\text{D.7})$$

$$x_2 = q_s - z_2$$

Standardne nesigurnosti i kovarijancije

Za procjene se pretpostavlja da su nekorelirane jer su određene u različitim mjerenjima. Standardne nesigurnosti računaju se iz jednadžbe (4.4), a kovarijancija pridružena procjenama x_1 i x_2 računa se iz jednadžbe (D.6), pod pretpostavkom da je $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$:

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_s) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_s) \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

Koeficijent korelacije izveden iz tih rezultata jednak je:

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_s)}{u^2(q_s) + u^2(z)} \quad (\text{D.9})$$

Njegove se vrijednosti kreću u području od 0 do +1, a ovise o omjeru standardnih nesigurnosti $u(q_s)$ i $u(z)$.

- D6** Jednadžbom (D.5) opisuje se slučaj gdje se ispravnim odabirom funkcije modela može izbjeći uvođenje korelacije u određivanje standardne nesigurnosti mjerene veličine. Izravno uvođenje neovisnih varijabla Q_1 zamjenom izvornih varijabla X_1 i X_2 u funkciji modela u skladu s jednadžbama transformacija (D.5) daje novu funkciju modela koja više ne sadrži korelirane varijable X_1 i X_2 .

- D7** Postoje međutim slučajevi kad se pri određivanju procjene x_1 i x_2 ulaznih veličina ne može izbjeći korelacija između dviju ulaznih veličina X_1 i X_2 , npr. uporabom istog mjerila ili istoga referencijskog etalona, a ne postoje jednadžbe transformacije na nove neovisne varijable. Nadalje, ako stupanj korelacije nije točno poznat, može biti korisno ocijeniti najveći utjecaj koji ta korelacija može imati iz gornje granice procjene standardne nesigurnosti mjerene veličine, koja, u slučaju da se druge korelacije ne mogu uzimati u obzir, poprima oblik:

$$u^2(y) \leq (|u_1(y)| + |u_2(y)|)^2 + u_r^2(y) \quad (\text{D.10})$$

s $u_r(y)$ kao doprinosom standardnoj nesigurnosti svih preostalih ulaznih veličina za koje se pretpostavlja da nisu korelirane.

Napomena: Jednadžba (D.10) lako se poopćava na slučajeve jedne ili više skupina s dvije ili više koreliranih ulaznih veličina. U tom slučaju za svaku skupinu koreliranih veličina u jednadžbu (D.10) uvodi se zbroj koji odgovara najgorem slučaju.

Dodatak E

Faktori pokrivanja izvedeni iz stvarnog broja stupnjeva slobode

- E1** Za procjenu vrijednosti faktora pokrivanja k koji odgovara utvrđenoj vjerojatnosti pokrivanja treba uzimati u obzir pouzdanost standardne nesigurnosti $u(y)$ procjene y izlazne veličine. To je način na koji se računa koliko dobro $u(y)$ procjenjuje standardno odstupanje pridruženo mjernom rezultatu. Za procjenu standardnog odstupanja normalne razdiobe mjera te pouzdanosti broj je stupnjeva slobode te procjene, koji ovisi o veličini uzorka na kojem se ona temelji. Slično je prikladna mjera pouzdanosti njegova stvarnoga broja stupnjeva slobode pridružene procjeni izlazne veličine njezin stvarni broj stupnjeva slobode v_{eff} koji se približno određuje odgovarajućom kombinacijom stvarnih stupnjeva slobode njezinih različitih doprinosa $u_i(y)$ nesigurnosti.
- E2** Postupak izračunavanja prikladnog faktora pokrivanja k kad su ispunjeni uvjeti središnjega graničnoga teorema odvija se u ova tri koraka:
- Odredite standardnu nesigurnost pridruženu procjeni izlazne veličine u skladu s postupkom korak po korak iz točke 7.
 - Iz Welch-Satterthwaiteove formule procijenite stvarni broj stupnjeva slobode v_{eff} standardne nesigurnosti $u(y)$ pridružen procjeni y izlazne veličine

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}, \quad (\text{E.1})$$

gdje su $u_i(y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) doprinosi, određeni jednadžbom (4.2), standardnoj nesigurnosti pridruženoj procjeni y izlazne veličine koji se dobivaju iz standardne nesigurnosti pridružene procjeni x_i ulaznih veličina za koje se pretpostavlja da su međusobno statistički neovisne, a v_i je stvarni broj stupnjeva slobode doprinosa $u_i(y)$ standardnoj nesigurnosti.

Za standardnu nesigurnost $u(\bar{q})$ dobivenu određivanjem A vrste, kako je pokazano u podtočki 3.1, broj stupnjeva slobode daje se izrazom $v_i = n - 1$ sa standardnom nesigurnošću $u(x_i)$ dobivenom određivanjem B vrste. Međutim, opća je praksa da se takva određivanja provode na način koji osigurava da se izbjegne bilo kakva manja procjena. Ako se naprimjer postavljaju donja i gornja granica a_- i a_+ , one se obično odabiru tako da vjerojatnost da dotična veličina leži izvan tih granica bude u stvari veoma malena. Pod pretpostavkom da se ta praksa provodi za broj stupnjeva slobode standardne nesigurnosti $u(x_i)$ dobiven određivanjem B vrste, može se uzeti da $v_i \rightarrow \infty$.

- Odredite faktor pokrivanja k iz vrijednosti danih u tablici E.1 ovoga dodatka. Ta se tablica temelji na t -razdiobi određenoj za vjerojatnost pokrivanja od 95,45 %. Ako v_{eff} nije cio broj, što će obično biti slučaj, zaokružite v_{eff} na prvi manji cio broj.

Tablica E.1: Faktori pokrivanja k za različite stvarne brojeve stupnjeva slobode v_{eff}

v_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	∞
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,28	2,13	2,05	2,00

Dopuna 1

Primjeri

Sadržaj

Odjeljak	Stranica
S1 Uvod	29
S2 Umjeravanje utega nazivne vrijednosti 10 kg	29
S3 Umjeravanje etalonskog otpornika nazivne vrijednosti 10 k Ω	31
S4 Umjeravanje planparalelne granične mjerke nazivne duljine 50 mm	33
S5 Umjeravanje termopara tipa N pri temperaturi od 1000 °C	36
S6 Umjeravanje osjetila snage na frekvenciji od 19 GHz	39
S7 Umjeravanje suosnog koračnog atenuatora pri postavljanju na 30 dB (inkrementni gubitak).	42

S1 Uvod

S.1.1 Sljedeći su primjeri odabrani da bi se zorno pokazala metoda određivanja mjerne nesigurnosti. Posebne radne skupine u različitim područjima trebaju razviti što tipičnije i reprezentativnije primjere koji se temelje na odgovarajućim modelima. Ipak, ovdje prikazani primjeri daju opće upute o tome kako postupati.

S.1.2 Primjeri se temelje na nacrtima koje su pripremile EAL-ove stručne skupine. Ti su nacrti bili pojednostavnjeni i usklađeni kako bi se učinili razvidnim za laboratorijsko osoblje u svim područjima umjeravanja. Treba se prema tomu nadati da će taj skup primjera, neovisno o području umjeravanja, pridonijeti boljemu razumijevanju pojedivosti u postavljanju modela za određivanje i usklađivanje procesa određivanja mjerne nesigurnosti.

S.1.3 Doprinosi i vrijednosti dani u tim primjerima ne trebaju se smatrati obvezatnim ili preporučenim zahtjevima. Laboratoriji trebaju određivati doprinose nesigurnosti na temelju funkcije modela koju upotrebljavaju pri određivanju vrijednosti posebnih umjeravanja koja provode i tako određenu mjernu nesigurnost iskazivati u potvrdama o umjeravanju koje izdaju. U svim danim primjerima ispunjeni su uvjeti utvrđeni u odsječku 5. za uporabu standardnog faktora pokrivanja $k = 2$.

S.1.4 Prikazivanje primjera, u skladu s postupkom korak po korak iz odsječka 7. dokumenta EA-4/02, slijedi opći plan koji sadržava:

- kratki opisni naslov
- opći opis mjernoga procesa
- model određivanja vrijednosti s popisom upotrijebljenih znakova
- proširen popis ulaznih podataka s kratkim opisom kako su oni dobiveni
- popis opažanja i određivanja vrijednosti statističkih parametara
- budžet mjerne nesigurnosti u tabličnom obliku
- povećanu mjernu nesigurnost
- iskazani potpuni mjerni rezultat.

S.1.5 Nakon ovoga prvog dodatka dokumentu EA-4/02 predviđeni su i drugi koji će sadržavati izrađene primjere određivanja vrijednosti mjerne nesigurnosti u vezi s umjeravanjem mjerila. Primjeri se također mogu naći u dokumentima uputama EAL-a koje se odnose na posebne vrste mjerila.

S2 Umjeravanje utega nazivne vrijednosti 10 kg

S2.1 Umjeravanje utega nazivne vrijednosti 10 kg razreda M_1 prema OIML-u provodi se uspoređivanjem s referentnim etalonom (razreda F_2 prema OIML-u) iste nazivne vrijednosti uporabom masenoga komparatora čije su tehničke značajke prethodno određene.

S2.2 Nepoznata dogovorena masa m_X dobiva se iz izraza:

$$m_X = m_S + \delta m_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \quad (\text{S2.1})$$

gdje su:

m_S	dogovorena masa etalona
δm_D	klizenje vrijednosti etalona od njegova posljednjeg umjeravanja
δm	opažena razlika između nepoznate mase i mase etalona
δm_C	ispravak zbog ekscentričnosti i magnetskih djelovanja
δB	ispravak zbog uzgona zraka.

S.2.3 Referentni etalon (m_s)

Potvrda o umjeravanju za referentni etalon daje vrijednost od 10 000,005 g s pridruženom povećanom nesigurnošću od 45 mg (faktor pokrivanja $k = 2$).

S2.4 Klizenje vrijednosti etalona (δm_D)

Iz prijašnjih se umjeravanja procjenjuje da je klizenje vrijednosti referentnog etalona jednako ničiti u granicama od ± 15 mg.

S2.5 Komparator ($\delta m, \delta m_C$)

Prijašnja određivanja ponovljivosti razlike masa između dvaju utega iste nazivne vrijednosti daju sveukupnu procjenu standardnog odstupanja od 25 mg. Ne primjenjuje se nikakav ispravak zbog komparatora jer se procjenjuje da varijacije zbog ekscentričnosti i magnetskih djelovanja imaju pravokutne granice od ± 10 mg.

S2.6 Uzgon zraka (δB)

Ne provodi se nikakav ispravak zbog djelovanja uzgona zraka; procjenjuje se da su granice odstupanja od nazivne vrijednosti jednake $\pm 1 \times 10^{-6}$.

S2.7 Korelacija

Nijedna se ulazna veličina ne smatra koreliranom ni u kakvu znatnu iznosu.

S2.8 Mjerenja

Uporabom metode zamjene i programa zamjene ABBA ABBA ABBA dobivaju se tri opažanja razlike između nepoznate mase i mase etalona):

Br	Dogovorena masa	Očitavanje	Opažena razlika
1	etalona	+0,010 g	
	nepoznata	+0,020 g	
	nepoznata	+0,025 g	
	etalona	+0,015 g	+0,01 g
2	etalona	+0,025 g	
	nepoznata	+0,050 g	
	nepoznata	+0,055 g	
	etalona	+0,020 g	+0,03 g
3	etalona	+0,025 g	
	nepoznata	+0,045 g	
	nepoznata	+0,040 g	
	etalona	+0,020 g	+0,02 g

aritmetička sredina:

$$\bar{\delta m} = 0,020 \text{ g}$$

skupna procjena standardnog odstupanja (dobivena iz prijašnjih određivanja):

$$s_p(\delta m) = 25 \text{ mg}$$

standardna nesigurnost:

$$u(\delta m) = s(\bar{\delta m}) = \frac{25 \text{ mg}}{\sqrt{3}} = 14,4 \text{ mg}$$

S2.9 Budžet nesigurnosti (m_X):

Veličina	Procjena	Standardno odstupanje	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u_i(y)$
m_s	10 000,005 g	22,5 mg	normalna	1,0	22,5 mg
δm_D	0,000 g	8,95 mg	pravokutna	1,0	8,95 mg
δm	0,000 g	14,4 mg	normalna	1,0	14,4 mg
δm_D	0,000 g	5,77 mg	pravokutna	1,0	5,77 mg
δB	0,000 g	5,77 mg	pravokutna	1,0	5,77 mg
m_X	10 000,005 g				29,3 mg

S2.10 Povećana nesigurnost

$$U = k \times u(m_x) = 2 \times 29,3 \text{ mg} \cong 59 \text{ mg}$$

S2.11 Iskazani rezultat

Izmjerena masa utega nazivne vrijednosti 10 kg jednaka je $10,000\,025 \text{ kg} \pm 59 \text{ mg}$. Navodi se da je povećana mjerna nesigurnost jednaka standardnoj mjernoj nesigurnosti pomnoženoj faktorom pokrivanja $k = 2$, što za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S3 Umjeravanje etalonskog otpornika nazivne vrijednosti 10 kΩ

S3.1 Otpor etalonskog otpornika s četiri priključka određuje se izravnom zamjenom uporabom digitalnog multimetra (7½ znamenaka DMM) u njegovu području otpora i umjerenoga etalonskog otpornika s četiri priključka iste nazivne vrijednosti kao i jedinica koju treba umjeriti kao referentni etalon. Otpornici su uronjeni u uljnu kupku u kojoj se ulje dobro miješa na radnoj temperaturi od 23 °C koja se nadzire živinim staklenim toplomjerom. Priključci svakog otpornika spajaju se naizmjenično na priključke DMM-a. Određeno je da struja mjerenja od 100 μA u području od 10 kΩ bude dostano mala tako da ne izaziva samozagrijavanje otpornika. Upotrijebljeni mjerni postupak također osigurava da se djelovanja vanjskih odvodnih otpora na mjerni rezultat mogu smatrati zanemarivim.

S3.2 Otpor R_X nepoznatog otpornika dobiva se iz odnosa:

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS}) r_C r - \delta R_{TX} \quad (\text{S3.1})$$

gdje je:

R_S	otpor referentnog etalona
δR_D	klizenje otpora referentnog etalona od posljednjeg umjeravanja
δR_{TS}	temperatura koja se odnosi na promjenu otpora referentnog etalona
$r = R_{IX}/R_{IS}$	omjer pokazanog otpora (indeks i znači "pokazani (indicated)") za nepoznati i referentni otpornik
r_C	faktor ispravka zbog parazitnih napona i razlučivanja mjerila
δR_{TX}	temperaturna promjena otpora nepoznatog otpornika.

S3.3 Referentni etalon (R_S)

Potvrda o umjeravanju za referentni etalon daje vrijednost otpora od $10\,000,053 \Omega \pm 5 \text{ m}\Omega$ (faktor pokrivanja $k = 2$) na određenoj referentnoj temperaturi od 23 °C.

S3.4 Klizenje vrijednosti etalona (δR_D)

Iz povijesti njegova umjeravanja procjenjuje se da bi klizenje vrijednosti otpora referentnog otpornika od njegova posljednjeg umjeravanja trebalo biti + 20 mΩ, s odstupanjima u granicama od ± 10 mΩ.

S3.5 Ispravci temperature (δR_{TS} , δR_{TX})

Temperatura uljne kupke nadzire se s pomoću umjerenoga toplomjera kako bi se održavala na 23,00 °C. Uzimajući u obzir mjeriteljske značajke toplomjera koji se upotrebljava i gradijent temperature u uljnoj kupki, procjenjuje se da se temperatura otpornika podudara s nadziranom temperaturom u granicama od ± 0,055 K. Tako se zbog mogućeg odstupanja od radne temperature iz poznate vrijednosti temperaturnoga koeficijenta (TC) referentnog otpornika od $5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, za odstupanje od vrijednosti njegova otpora dobivene umjeravanjem, dobiju granice od ± 2,75 mΩ. Iz proizvođačeve se literature procjenjuje da temperaturni koeficijent nepoznatog otpornika ne prekoračuje vrijednost od $10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Prema tomu procjenjuje se da se promjena otpora nepoznatog otpornika zbog promjene temperature nalazi u granicama od ± 5,5 mΩ.

S3.6 Mjerenja otpora (r_C)

Budući da se za opažanja obaju doprinosa nesigurnosti upotrebljava isti DMM, R_{IX} i R_{IS} su korelirani, ali posljedica je smanjenje nesigurnosti, te je samo potrebno razmotriti relativnu razliku u očitanjima otpornika zbog sustavnih djelovanja kao što su parazitni naponi i razlučivanje mjerila (vidi matematičku napomenu u odjeljku S3.12), za koje se procjenjuje da se nalaze u granicama od ± $0,5 \times 10^{-6}$ za svako očitavanje. Razdioba koja nastaje zbog omjera r_C trokutna je razdioba s očekivanjem 1,000 000 0 i granicama od ± $1,0 \times 10^{-6}$.

S3.7 Korelacija

Smatra se da nijedna od ulaznih veličina nije korelirana u znatnijem iznosu.

S3.8 Mjerenja (r)

Provodi se pet opažanja i bilježi omjer r :

Br.	Opaženi omjer
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

aritmetička sredina:

$$\bar{r} = 1,000\ 010\ 5$$

eksperimentalno standardno odstupanje:

$$s(r) = 0,158 \times 10^{-6}$$

standardno odstupanje:

$$u(r) = s(\bar{r}) = \frac{0,158 \times 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0,0707 \times 10^{-6}$$

S3.9 Budžet nesigurnosti (R_X):

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
R_S	10 000,053 Ω	2,5 m Ω	normalna	1,0	2,5 m Ω
δR_D	0,020 Ω	5,8 m Ω	pravokutna	1,0	5,8 m Ω
δR_{TS}	0,000 Ω	1,6 m Ω	pravokutna	1,0	1,6 mW
δR_{TX}	0,000 Ω	3,2 m Ω	pravokutna	1,0	3,2 m Ω
r_C	1,000 000 0	$0,41 \times 10^{-6}$	trokutna	10 000 Ω	4,1 m Ω
r	1,000 010 5	$0,07 \times 10^{-6}$	normalna	10 000 Ω	0,7 m Ω
R_X	10 000,178 Ω				8,33 m Ω

S3.10 Povećana nesigurnost

$$U = k \times u(R_X) = 2 \times 8,33 \text{ m}\Omega \approx 17 \text{ m}\Omega$$

S3.11 Iskazani rezultat

Izmjerena vrijednost otpornika nazivne vrijednosti 10 k Ω na temperaturi mjerenja od 23,00 $^{\circ}$ C i pri struji mjerenja od 100 μ A jednaka je (10 000,178 \pm 0,017) Ω .

Iskazana povećana mjerna nesigurnost navodi se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 2$, koji za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S3.12 Matematička napomena o standardnoj mjernoj nesigurnosti omjera pokazanih vrijednosti otpora

Nepoznati i referentni otpornik imaju približno isti otpor. U granicama uobičajenoga linearnog približenja odstupanja vrijednosti otpora R_{iX} i R_{iS} koje pokazuje DMM dane su formulama:

$$\begin{aligned} R_X' &= R_{iX} \left(1 + \frac{\delta R_X'}{R} \right) \\ R_S' &= R_{iS} \left(1 + \frac{\delta R_S'}{R} \right) \end{aligned} \quad (\text{S3.2})$$

pri čemu je R nazivna vrijednost otpora, a $\delta R_X'$ i $\delta R_S'$ nepoznata odstupanja. Omjer otpora izveden iz tih izraza jednak je:

$$\frac{R_X'}{R_S'} = r r_C \quad (\text{S3.3})$$

s omjerom pokazivanja otpora nepoznatog i referentnog otpornika:

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \quad (\text{S3.4})$$

i faktorom ispravka (linearnim približenjem odstupanja):

$$r_C = 1 + \frac{\delta R_X' - \delta R_S'}{R} \quad (\text{S3.5})$$

Zbog činjenice da u jednadžbu (S3.5) ulazi razlika odstupanja, na rezultat ne utječu korelirani doprinosi simetričnih djelovanja koja nastaju iz unutrašnje ljestvice DMM-a. Standardno odstupanje faktora ispravka određeno je samo nekoreliranim odstupanjima koja nastaju zbog parazitnih djelovanja i razlučivanja DMM-a. Pod pretpostavkom da je $u(\delta R_X') = u(\delta R_S') = u(\delta R')$, ono je dano izrazom:

$$u^2(r_C) = 2 \frac{u^2(\delta R')}{R^2} \quad (\text{S3.6})$$

S4 Umjeravanje planparalelne granične mjerke nazivne duljine 50 mm

S4.1 Umjeravanje planparalelne granične mjerke razreda 0 (ISO 3650) nazivne duljine od 50 mm provodi se uspoređivanjem uporabom komparatora i umjerene planparalelne granične mjerke iste nazivne duljine izrađene od istoga gradiva od kojeg je izrađen referentni etalon. Razlika u središnjoj nazivnoj duljini određena je okomitim dodiranjem dviju planparalelnih graničnih mjerka uporabom dvaju pokazivača duljine koji dodiruju gornju i donju mjernu stranu. Stvarna duljina l_X' planparalelne granične mjerke koja se umjerava povezana je sa stvarnom duljinom l_S' referentnog etalona jednadžbom:

$$l_X' = l_S' + \delta l \quad (\text{S4.1})$$

pri čemu je δl razlika mjerene duljine. Duljine l_X' i l_S' duljine su planparalelnih graničnih mjerka u mjernim uvjetima, posebno na temperaturi koja, zbog nesigurnosti mjerenja temperature u laboratoriju, ne mora biti istovjetna referentnoj temperaturi za mjerenja duljine.

S4.2 Duljina l_X nepoznate planparalelne granične mjerke na referentnoj temperaturi dobiva se iz izraza:

$$l_X' = l_S + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L(\bar{\alpha} \times \delta t + \delta \alpha \times \Delta \bar{t}) - \delta l_V \quad (\text{S4.2})$$

gdje je:

l_S	duljina referentne planparalelne granične mjerke na referentnoj temperaturi $t_0 = 20^\circ\text{C}$ u skladu s njezinom potvrdom o umjeravanju
δl_D	promjena duljine referentne planparalelne granične mjerke od njezina posljednjeg umjeravanja zbog klizenja
δl	opažena razlika duljine između nepoznate i referentne planparalelne granične mjerke
δl_C	ispravak zbog nelinearnosti i posmaka komparatora
L	nazivna duljina promatrane planparalelne granične mjerke
$\bar{\alpha} = (\alpha_X + \alpha_S)/2$	prosječne vrijednosti koeficijenata toplinskog širenja nepoznate i referentne granične mjerke
$\delta t = (t_X - t_S)$	temperaturna razlika između nepoznate i referentne granične mjerke
$\delta \alpha = (\alpha_X - \alpha_S)$	razlika koeficijenata toplinskog širenja između nepoznate i referentne granične mjerke
$\Delta \bar{t} = (t_X + t_S)/2 - t_0$	odstupanje prosječne temperature nepoznate i referentne planparalelne granične mjerke od referentne temperature
δl_V	ispravak zbog neusredštene dodirne mjerne površine nepoznate planparalelne granične mjerke.

S4.3 Referentni etalon (l_s)

Duljina referentne planparalelne granične mjerke zajedno s pridruženom povećanom mjernom nesigurnošću dana je u potvrdi o umjeravanju garniture planparalelnih graničnih mjerka kao $50,000\,02\text{ mm} \pm 30\text{ nm}$ (faktor pokrivanja $k = 2$).

S4.4 Klizenje etalona (δl_D)

Iz prijašnjih se umjeravanja procjenjuje da je vremensko klizenje duljine referentne planparalelne granične mjerke jednako ništici s granicama od $\pm 30\text{ nm}$. Opće iskustvo s planparalelnim graničnim mjerkama te vrste sugerira upućuje na pretpostavku da klizenje u ništici ima najveću vjerojatnost te da se može pretpostaviti trokutna razdioba vjerojatnosti.

S4.5 Komparator (δl_C)

Komparator je ovjeren da zadovoljava specifikacije utvrđene u dokumentu EAL-G21. Iz toga se može potvrditi da su za razlike duljina D do $\pm 10\text{ }\mu\text{m}$ ispravci pokazane razlike duljine u granicama od $\pm (30\text{ nm} + 0,02 \cdot |D|)$. Uzimajući u obzir dopuštena odstupanja planparalelne granične mjerke stupnja 0 koju treba umjeravati i referentne planparalelne granične mjerke stupnja K, najveća duljina razlike bit će u granicama od $\pm 1\text{ }\mu\text{m}$, što dovodi do granica od $\pm 32\text{ nm}$ za ispravak zbog nelinearnosti i upotrijebljenoga komparatora.

S4.6 Ispravci zbog temperature ($\bar{\alpha}$, δt , $\delta\alpha$, $\Delta\bar{t}$)

Prije umjeravanja treba paziti da se osigura da planparalelne granične mjerke poprime okolnu temperaturu prostora u kojem se mjeri. Procjenjuje se da je preostala razlika temperatura između etalonske i granične mjerke koju treba umjeravati u granicama od $\pm 0,05\text{ K}$. Na temelju potvrde o umjeravanju referentne granične mjerke i proizvođačevih podataka za graničnu mjerku koju treba umjeravati pretpostavlja se da se vrijednost koeficijenta linearnog širenja čelične granične mjerke nalazi u odsječku $(11,5 \pm 1,0) \times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Kao kombinacija dviju pravokutnih razdioba, razlika koeficijenata linearnoga širenja ima trokutnu razdiobu s granicama od $\pm 2 \times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Procjenjuje se da se odstupanje srednje vrijednosti mjerene temperature od referentne temperature $t_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$ nalazi u granicama od $\pm 0,5\text{ }^\circ\text{C}$. Najbolje procjene razlike koeficijenata linearnog širenja i odstupanja srednje vrijednosti temperature od razlike temperatura jednake su ništici. Prema tomu pri vrednovanju njihova doprinosa nesigurnosti trebaju se uzeti u obzir članovi drugog reda koji se dobivaju iz umnoška standardnih nesigurnosti pridruženih faktorima člana $\delta\alpha \times \Delta\bar{t}$ u jednadžbi (S4.2) (vidi matematičku napomenu u odjeljku S4.13, jednadžbu (S4.5)). Konačna je standardna nesigurnost jednaka $u(\delta\alpha \times \Delta\bar{t}) = 0,236 \times 10^{-6}$.

S4.7 Varijacija duljine (δl_V)

Za planparalelne granične mjerke stupnja 0 varijacija duljine određene mjerenjima uzduž središnjice i uzduž četiriju bridova mora biti u granicama od $\pm 0,12\text{ }\mu\text{m}$ (ISO 3650). Uz pretpostavku da se ta varijacija pojavljuje na mjerenim stranama uzduž kraćega brida duljine 9 mm i da se središnja duljina mjeri unutar kruga polumjera od $0,5\text{ mm}$, ispravak zbog središnjeg neslaganja dodirnih točaka treba biti u granicama od $\pm 6,7\text{ nm}$.

S4.8 Korelacija

Smatra se da nijedna od ulaznih veličina nije korelirana u znatnijem iznosu.

S4.9 Mjerenja (δl)

Zbog razlike između nepoznate granične mjerke i referentne etalonske granične mjerke provode se sljedeća opažanja, prije svakog očitavanja uporabom referentnog etalona komparator se vraća u početno stanje (resetira).

Broj opažanja	Opaženi omjer
1	- 100 nm
2	- 90 nm
3	- 80 nm
4	- 90 nm
5	- 100 nm

aritmetička sredina:

$$\bar{\delta l} = -94\text{ nm}$$

skupno standardno odstupanje:

$$s_p(\delta l) = 12\text{ nm}$$

(dobiveno iz prijašnjih određivanja):

$$u(\delta l) = s(\bar{\delta l}) = \frac{12\text{ nm}}{\sqrt{5}} = 5,37\text{ nm}$$

Procjena sveukupnoga standardnog odstupanja uzeta je iz ispitivanja provedenih za potvrđivanje sukladnosti komparatora sa zahtjevima dokumenta EAL-G21.

S4.10 Budžet nesigurnosti (δl_x):

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
l_s	50,000 020 mm	15 nm	normalna	1,0	15,0 nm
δl_D	0 mm	17,3 nm	trokutna	1,0	17,3 nm
δl	-0,000 094 mm	5,37 nm	normalna	1,0	5,37 nm
δl_C	0 mm	18,5 nm	pravokutna	1,0	18,5 nm
δt	0 °C	0,0289 °C	pravokutna	- 575 nm °C ⁻¹	-16,6 nm
$\delta \alpha \times \Delta \bar{t}$	0	$0,236 \times 10^{-6}$	posebna	50 mm	-11,8 nm
δl_V	0 mm	3,87 nm	pravokutna	-1,0	-3,87 nm
l_x	49,999 926 mm				36,4 nm

S4.11 Povećana nesigurnost

$$U = k \times u(l_x) = 2 \times 36,4 \text{ nm} \approx 72 \text{ nm}$$

S4.12 Iskazani rezultat

Mjerena vrijednost planparalelne granične mjerke nazivne vrijednosti od 50 mm jednaka je 49,999 926 mm \pm 73 nm.

Povećana mjerna nesigurnost iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 2$, koji za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S4.13 Matematička napomena o standardnoj mjernoj nesigurnosti umnoška dviju veličina s ništičnim očekivanjem

Ako se razmatra umnožak dviju veličina uobičajena metoda određivanja vrijednosti doprinosa nesigurnosti temelji se na linearizaciji funkcije modela koju treba preinačiti ako su jedno ili oba očekivanja faktora iz umnoška jednaki ništici. Ako su faktori u umnošku statistički neovisni s neništičnim očekivanjima, kvadrat relativne standardne mjerne nesigurnosti (relativna varijancija) pridružene umnošku može se izraziti bez linearizacije s pomoću kvadrata relativnih standardnih nesigurnosti pridruženih procjenama pojedinih faktora:

$$w^2(x_1 \times x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \times w^2(x_2) \quad (\text{S4.2})$$

Primjenom definicije relativne standardne mjerne nesigurnosti taj se izraz lako transformira u opći izraz:

$$u^2(x_1 \times x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.3})$$

Ako su standardne nesigurnosti $u(x_1)$ i $u(x_2)$ pridružene očekivanjima x_1 i x_2 mnogo manje od modula odgovarajućih vrijednosti očekivanja, treći član na desnoj strani može se zanemariti. Rezultirajuća jednadžba predstavlja slučaj opisan uobičajenom metodom koja se temelji na linearizaciji funkcije modela.

Ako je međutim jedan od modula vrijednosti očekivanja naprimjer $|x_2|$ mnogo manji do standardne nesigurnosti $u(x_2)$ pridružene tomu očekivanju ili čak jednak ništici, član na desnoj strani jednadžbe (S4.3) u koji je uključeno to očekivanje može se zanemariti, ali ne i treći član. Tako se dobiva jednadžba:

$$u^2(x_1 \times x_2) \approx x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.4})$$

Ako su oba modula vrijednosti očekivanja mnogo manja od njihovih pridruženih standardnih nesigurnosti ili čak jednaka ništici, samo treći član u jednadžbi (S4.3) daje znatniji doprinos:

$$u^2(x_1 \times x_2) \approx u^2(x_1) \times u^2(x_2) \quad (\text{S4.5})$$

S5 Umjeravanje termopara tipa N pri temperaturi od 1000 °C

S5.1 Termopar tipa N umjerava se usporedbom s dvama referentnim termoparovima tipa R u vodoravnoj pećnici na temperaturi od 1000 °C. Elektromotrone sile koje generiraju termoparovi mjere se uporabom digitalnog voltmetra s pomoću sklopke za odabir/prebacivanje. Svi termoparovi imaju svoje referentne spojeve na temperaturi od 0 °C. Termopar koji se umjerava spojen je na referentnu točku uporabom kompenzacijskoga kabela. Vrijednosti temperature dane su temperaturnom ljestvicom t_{90} .

S5.2 Temperatura t_X toplog spoja termopara koji se umjerava jednaka je:

$$t_X = t_S(V_{IS} + \delta V_{IS1} + \delta V_{IS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}}) + \delta t_D + \delta t_F$$

$$\cong t_S(V_{IS}) + C_S \times \delta V_{IS1} + C_S \times \delta V_{IS2} + C_S \times \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}} \delta t_{0S} + \delta t_D + \delta t_F \quad (S5.1)$$

S5.3 Napon V_X na žicama termopara s hladnim spojem na 0 °C tijekom umjeravanja jednak je:

$$V_X(t) = V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} = V_{IX} + \delta V_{IX1} + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \quad (S5.2)$$

gdje je:

$t_S(V)$	temperatura referentnoga termopara izražena naponom hladnog spoja na 0 °C. Ta je funkcija dana u potvrdi o umjeravanju.
V_{IS}, V_{IX}	pokazivanje voltmetra
$\delta V_{IS1}, \delta V_{IX1}$	ispravci napona dobiveni umjeravanjem voltmetra
$\delta V_{IS2}, \delta V_{IX2}$	ispravci napona zbog ograničenog razlučivanja voltmetra
δV_R	ispravak napona zbog djelovanja kontakta sklopke
$\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$	ispravci temperature zbog odstupanja referentnih temperatura od 0 °C
C_S, C_X	osjetljivosti termoparava za napon na temperaturi mjerenja od 1000 °C
C_{S0}, C_{X0}	osjetljivosti termoparova za napon na temperaturi mjerenja od 0 °C
δt_D	promjena vrijednosti referentnih toplomjera od njihova posljednjeg umjeravanja zbog klizenja
δt_F	ispravak temperature zbog nejednolikosti temperature pećnice
t	temperatura ne kojoj termopar treba umjeravati (točka umjeravanja)
$\Delta t = t - t_X$	odstupanje temperature u točki umjeravanja od temperature pećnice
δV_{LX}	ispravak napona zbog kompenzacijskih kabela.

S5.4 Iskazani je rezultat jednak izlaznoj elektromotornoj sili termopara na temperaturi njegova toplog spoja. Budući da se mjerni proces sastoji od dva koraka – određivanja temperature pećnice i određivanja elektromotorne sile termopara koji se umjerava – određivanje mjerne nesigurnosti provodi se u dva dijela.

S5.5 Referentni etaloni ($t_S(V)$)

Referentni termoparovi isporučuju se s potvrdama o umjeravanju koje daju odnos temperature na njihovu toplome spoju, s njihovim hladnim spojem na 0 °C, i napona na njihovim žicama. Povećana mjerna nesigurnost na temperaturi od 1000 °C jednaka je $U = 0,3$ °C (faktor pokrivanja $k = 2$).

S5.6 Umjeravanje voltmetra ($\delta V_{IS1}, \delta V_{IX1}$)

Voltmetar je bio umjeren. Ispravci izmjerenih napona provedeni su za sve rezultate. Potvrde o umjeravanju daju stalnu povećanu mjernu nesigurnost za napone manje od 50 mV od $U = 2,0$ V (faktor pokrivanja $k = 2$).

S5.7 Razlučivanje voltmetra ($\delta V_{IS2}, \delta V_{IX2}$)

Upotrijebljen je digitalni mikrovoltmetar od 4½ znamenke u njegovu mjernome području od 10 mV, što pri svakome pokazivanju daje granice razlučivanja od $\pm 0,5$ μ V.

S5.8 Parazитni naponi (δV_R)

Procijenjeno je da su preostali parazитni naponi posmaka zbog kontakata jednaki ničtici u granicama od $\pm 2 \mu\text{V}$.

S5.9 Referentne temperature ($\delta t_{0S}, \delta t_{0X}$)

Poznato je da je temperatura referentne točke svakoga termopara jednaka 0°C u granicama od $\pm 0,1^\circ\text{C}$.

S5.10 Osjetljivosti napona (C_S, C_X, C_{S0}, C_{X0})

Osjetljivosti napona termoparova uzete iz referentnih tablica jednake su:

	1000 °C	0 °C
referentni termopar	$C_S = 0,077^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	$C_{S0} = 0,077^\circ\text{C}/\mu\text{V}$
nepoznati termopar	$C_X = 0,077^\circ\text{C}/\mu\text{V}$	$C_{S0} = 0,077^\circ\text{C}/\mu\text{V}$

S5.11 Klizenje referentnog etalona (δt_D)

Iz prijašnjih umjeravanja procijenjeno je da je klizenje referentnih etalona jednaka ničtici u granicama od $\pm 0,3^\circ\text{C}$.

S5.12 Temperaturni gradijenti (δt_F)

Izmjereni su temperaturni gradijenti u pećnici. Na temperaturi od 1000°C odstupanja zbog nejednolikosti temperature u području mjerenja nalaze se u granicama od $\pm 0,1^\circ\text{C}$.

S5.13 Kompenzacijski kabeli (δV_{LX})

Kompenzacijski su kabeli ispitani u području od 0°C do 40°C . Iz toga je procijenjeno da se naponske razlike između žica kabela i termopara nalaze u granicama od $\pm 5 \mu\text{V}$.

S5.14 Mjerenja ($\delta V_{IS}, t_S(V_{IS}), V_{IX}$)

Pokazivanja voltmetra bilježe se u sljedećemu radnom postupku koji daje četiri očitavanja svakoga termopara i smanjuje djelovanje klizenja temperature u toplinskome izvoru i parazитnih toplinskih napona u mjernome krugu:

1. ciklus:
 1. etalon, nepoznati termopar, 2. etalon,
 2. etalon, nepoznati termopar, 1. etalon,

Promjena polariteta

2. ciklus:
 1. etalon, nepoznati termopar, 2. etalon,
 2. etalon, nepoznati termopar, 1. etalon,

S5.15 Postupak zahtijeva da razlika između referentnih etalona ne smije prelaziti $\pm 0,3^\circ\text{C}$. Ako ta razlika nije u tim granicama, trebaju se ponoviti opažanja i/ili istražiti razlozi za tako velike razlike.

Termopar	1. referentni	Nepoznati	2. referentni
Pokazani napon, s provedenim ispravkom	+ 10500 μV	+ 36245 mV	+ 10503 μV
	+ 10503 μV	+ 36248 μV	+ 10503 μV
	- 10503 μV	- 36248 μV	- 10505 mV
	- 10504 μV	- 36251 μV	- 10505 μV
Srednja vrijednost napona	10502,5 μV	36248 μV	10504 μV
Temperatura na toplome spoju	1000,4 °C		1000,6 °C
Temperatura pećnice		1000,5 °C	

S5.16 Iz četiri očitavanja na svakome termoparu dana u gornjoj tablici izvodi se srednja vrijednost napona svakoga termopara. Vrijednosti napona referentnih termoparova pretvaraju se u vrijednosti temperature na temelju odnosa napon-temperatura utvrđenih u njihovim potvrđama o umjeravanju. Opažene vrijednosti temperature veoma su korelirane (s faktorom korelacije približno jednakim jedinici). Prema tomu uzimanjem njihove srednje vrijednosti one se sastavljaju u samo jedno opažanje koje odgovara temperaturi pećnice na mjestu termopara koji se treba umjeravati. Na sličan je način izdvojeno jedno opažanje napona termopara koji se umjerava. Radi određivanja mjerne ne-

S7.12 Budžet nesigurnosti (L_X):

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
L_S	30,040 dB	0,0090 dB	normalna	1,0	0,0090 dB
δL_S	0,003 dB	0,0025 dB	pravokutna	1,0	0,0025 dB
δL_D	0 dB	0,0011 dB	U-oblika	1,0	0,0011 dB
δL_M	0 dB	0,0200 dB	U-oblika	1,0	0,0200 dB
δL_K	0 dB	0,0017 dB	U-oblika	1,0	0,0017 dB
δL_{ia}	0 dB	0,0003 dB	U-oblika	-1,0	-0,0003 dB
δL_{ib}	0 dB	0,0003 dB	pravokutna	1,0	0,0003 dB
δL_{0a}	0 dB	0,0020 dB	pravokutna	-1,0	0,0020 dB
δL_{0b}	0 dB	0,0020 dB	normalna	1,0	-0,0020 dB
L_X	30,043 dB				0,0224 dB

S7.13 Povećana nesigurnost:

$$U = k \times u(K_X) = 2 \times 0,0224 \approx 0,045 \text{ dB}$$

S7.14 Iskazani rezultat

Izmjerena vrijednost koračnog atenuatora za namještenje od 30 dB na 10 GHz jednaka je $(30,043 \pm 0,045)$ dB.

Povećana mjerna nesigurnost koja se daje u izvještaju o umjeravanju iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 2$, koji za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S7.15 Referencije:

Harris, I. A.; Warner, F. L.: Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation. In: IEEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, febr. 1981.

Dopuna 2

Primjeri

Sadržaj

Odjeljak	Stranica
S8 Uvod	47
S9 Umjeravanje ručnoga digitalnog multimetra na 100 V istosmjerno	49
S10 Umjeravanje mjerila promjera s brojčanikom	52
S11 Umjeravanje kalibratora temperature u obliku čvrstog bloka na temperaturi od 180 °C.	55
S12 Umjeravanje kućanskog vodomjera	57
S13 Umjeravanje prstenaste mjerke s nazivnim promjerom od 90 mm	60

S8 Uvod

S8.1 Sljedeći su primjeri odabrani da bi se pokazala metoda određivanja mjerne nesigurnosti. Oni dopunjuju primjere prikazane u dodatku 1. EA-4/02 (1. izdanje, studeni 1997. godine). Prikazana zbirka primjera usmjerena je na situacije gdje pri prijenosu nesigurnosti postoje jedan ili dva dominantna člana ili gdje je broj opetovanih mjerenja malen.

S8.2 Primjeri su odabrani kako bi se ilustrirale situacije s kojima se susreće u praksi. Treba napomenuti međutim da u praktičnim primjenama ne postoji potreba da se ide kroz matematičke izvode prikazane u tim primjerima, posebno u matematičkim napomenama koje su dodane u nekim primjerima. Radije se korisnici potiču da upotrebljavaju rezultate teoretskih prikaza nakon što se sami upoznaju s uvjetima koje treba ispuniti. Npr., ako je u danoj situaciji sigurno da mjerni rezultat ima pravokutnu razdiobu (što bi bio slučaj kad bi u prijenosu nesigurnosti bilo potrebno razmotriti samo jedan pravokutno raspodijeljen član), može se odmah izvući zaključak da treba upotrijebiti faktor pokrivanja od $k = 1,65$ kako bi se postigla vjerojatnost pokrivanja od 95 % (vidi S9.14).

S8.3 Iz prijenosa nesigurnosti može se izvući opći zaključak da se u slučaju da postoji samo jedan dominantan doprinos, tip razdiobe toga doprinosa primjenjuje i na mjerni rezultat. Međutim kako bi se odredila vrijednost nesigurnosti mjernog rezultata, mora se kao i obično upotrebljavati koeficijent osjetljivosti.

S8.4 Treba dodati da se situacija u kojoj postoji samo jedan ili nekoliko dominantnih članova mjerne nesigurnosti često susreće u vezi s manje složenim mjerilima gdje je dominantni član često izazvan ograničenim razlučivanjem mjerila. Prema tomu se može činiti paradoksalnim da je obradba mjerne nesigurnosti za manje složena mjerila, kako je prikazano u primjeru u ovome dodatku, složenija nego obradba primjera iz dodatka 1. Treba međutim imati na umu da su matematički izvodi koji se mogu smatrati složenima uključeni iz pedagoških razloga na mjestima na kojima su potrebni umjesto njihova prikazivanja u glavnome dokumentu.

S8.5 Primjeri se temelje na nacrtima koje su pripremile stručne skupine EA-a. Ti su nacrti pojednostavnjeni i usklađeni kako bi bili jasni osoblju u laboratorijima u svim područjima umjeravanja. Prema tomu treba se nadati da će taj skup primjera, kao i prethodni skup objavljen kao dodatak 1. EA-4/02, doprinijeti boljemu razumijevanju pojedinosti uspostavljanja modela i usklađivanju procesa određivanja vrijednosti mjerne nesigurnosti, neovisno o području umjeravanja.

S8.6 Doprinosi i vrijednosti dani u primjerima ne podrazumijevaju obvezatne ili preporučene zahtjeve. Laboratoriji trebaju određivati doprinose nesigurnosti na temelju funkcije modela koji upotrebljavaju za određivanje vrijednosti posebnoga doprinosa koji obavljaju i iskazivati tako određenu mjernu nesigurnost u potvrdi o umjeravanju koju izdaju.

S8.7 Prikaz primjera slijedi opću shemu prikazanu i primijenjenu u prvome dodatku dokumentu EA-4/02. Za pojedinosti čitatelj se upućuje na točku S1.4 ovoga dokumenta.

S8.8 Svrha je primjera analize nesigurnosti da prikaže temeljna načela posebnoga mjernog procesa i metodu određivanja vrijednosti mjernog rezultata i pridružene nesigurnosti. Kako bi analiza bila razvidna i za one koji nisu stručnjaci u odgovarajućemu mjeriteljskom području, primijenjena je ujednačena metoda odabira znakova veličina, usmjerena više na fizikalni temelj nego na postojeću praksu u različitim područjima.

S8.9 Postoji nekoliko rekurentnih veličina uključenih u sve slučajeve. Jedna od njih je mjerena veličina, tj veličina koju treba mjeriti, druga je veličina koju prikazuje radni etalon, koja ostvaruje jedinicu na lokalnoj razini; s tom se veličinom uspoređuje mjerena veličina. Osim te dvije veličine postoji nekoliko drugih veličina koje u svim slučajevima imaju ulogu dodatnih lokalnih veličina ili ispravaka.

S8.10 Ispravci opisuju nesavršenu jednakost između mjerene veličine i rezultata mjerenja. Neki od ispravaka dani su potpunim mjernim rezultatom, tj. izmjerenom vrijednošću i njoj pridruženom mjernom nesigurnošću. Za druge se donosi zaključak o razdiobi vrijednosti iz manje-više potpuna poznavanja njihove naravi. To će u većini slučajeva dovesti do procjene granica za nepoznata odstupnja.

S8.11 U određenim se slučajevima veličina koju prikazuje radni etalon opisuje nazivnom vrijednošću etalona. Te nazivne vrijednosti koje općenito govoreći opisuju ili identificiraju proizvode koji se umjeravaju često ulaze u analizu nesigurnosti.

S8.12 Da bi se ti pojmovi razlikovali u matematičkim modelima za određivanje vrijednosti nesigurnosti, dani su primjeri kako bi se primjenjivala pravila iz sustava znakova dana u nastavku. Očigledno je međutim da takva pravila nije moguće strogo primjenjivati jer se u različitim mjeriteljskim područjima razlikuje odgovarajuća praksa uporabe znakova.

S8.13 U načinu pisanja koji se primjenjuje u ovome dokumentu razlikuju se glavne vrijednosti, nazivne vrijednosti, vrijednosti ispravaka i granične vrijednosti:

Glavne su vrijednosti izmjerene ili opažene vrijednosti koje doprinose bitnomu dijelu vrijednosti mjerene veličine. One se prikazuju malim kurzivnim slovima; njima će prethoditi veliko grčko slovo delta ako veličina prikazuje razliku.

PRIMJER:

t_{iX} temperatura koju pokazuje toplomjer X koji se umjerava (indeks i označuje pokazivanje (indikaciju))
 Δl opažena razlika u pomaku mjernog vretena.

Nazivne vrijednosti dodijeljene su vrijednosti ostvarenja veličine etalomom ili mjerilom. To su približne vrijednosti koje daju glavni dio ostvarene vrijednosti. One se prikazuju velikim kurzivnim slovima.

PRIMJER:

L nazivna duljina mjerke koja se umjerava.

Vrijednosti ispravaka daju malena odstupanja od glavnih vrijednosti koje su poznate ili ih treba procijeniti. One su u većini slučajeva aditivne. Prikazuju se znakom odabranim za promatranu veličinu kojemu prethodi malo grčko slovo delta.

PRIMJER:

δm_D moguće odstupanje zbog klizenja vrijednosti referentnog utega od posljednjeg umjeravanja
 δm_C ispravak zbog ekscentričnosti tereta i magnetskih djelovanja pri umjeravanju utega.

Granične su vrijednosti fiksne, procijenjene vrijednosti mogućih promjena nepoznatih vrijednosti veličine. One se prikazuju znakom odabranim za promatranu veličinu kojem prethodi veliko grčko slovo delta.

PRIMJER:

$\Delta \alpha_X$ procijenjena poluširina intervala mogućih odstupanja koeficijenta linearnog otpora koja je za otpornik koji se umjerava dana specifikacijom proizvođača.

Razlikovanje različitih veličina iste vrste provodi se indeksima kako je prikazano u primjerima. Primijenjena su međunarodno prihvaćena pravila zapisa za fiziklane veličine: indeksi koji prikazuju fiziklane veličine dani su kurzivom, dok se indeksi koji simboliziraju proizvode, instrumente itd. pišu uspravnim slovima.

S8.14 Definirane referentne vrijednosti prikazuju se znakom veličine s ništičnim indeksom.

PRIMJER:

p_0 referentni tlak, npr. od 1000 mbar.

S8.15 Omjeri veličina iste vrste (nedimenzijski omjeri) prikazuju se malim kurzivnim slovima.

PRIMJER:

$r = R_{iX}/R_{iN}$ omjer pokazane vrijednosti nepoznatog otpora i referentnog otpora (indeks "i" označuje pokazivanje (indikaciju)).

S8.16 Ako se upotrebljava više indeksa, redosljed indeksa odabran je tako da se indeks koji prikazuje najvažniji pojam nalazi krajnje lijevo, a indeks koji prikazuje najspecifičniji pojam krajnje desno.

PRIMJER:

V_{i1} , V_{i2} napon koji redom pokazuju voltometar "1" i voltometar "2".

S8.17 Predviđeno je da primjere prikazane u ovome drugom dodatku EA-4/02 prate drugi primjeri koji ilustriraju aspekte s kojima se susreće u vezi s umjeravanjem mjerila. Primjeri se također mogu naći u dokumentima¹⁾ EAL-a i EA-a koji se odnose na umjeravanje posebnoga tipa mjerila.

S9 Umjeravanje ručnoga digitalnog multimetra na 100 V istosmjerno

S9.1 Kao dio običnog umjeravanja, umjerava se ručni digitalni multimetar (DMM) na ulazu od 100 V istosmjerno uporabom multifunkcijskoga kalibratora kao radnog etalona. Upotrebljava se sljedeći mjerni postupak:

- (1) Izlazni se priključci kalibratora spajaju na ulazne priključke DMM-a uporabom prikladnih mjernih žica.
- (2) Kalibrator se postavlja na svoje područje od 100 V i nakon odgovarajućeg razdoblja stabilizacije bilježi se očitavanje DMM-a.
- (3) Izračunava se pogreška očitavanja DMM-a uporabom očitavanja DMM-a i namještenja kalibratora.

S9.2 Potrebno je napomenuti da pogreška pokazivanja DMM-a koja se dobije uporabom toga mjernog postupka uključuje djelovanje posmaka i odstupanja od linearnosti.

S9.3 Pogreška pokazivanja E_X DMM-a koji se umjerava dobiva se iz:

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \quad (S9.1)$$

gdje je:

V_{iX} napon koji pokazuje DMM (indeks i pokazivač)

V_S napon koji generira kalibrator

δV_{iX} ispravak napona pokazivanja zbog konačnog razlučivanja DMM-a

δV_S ispravak napona kalibratora zbog

- (1) klizenja od posljednjeg umjeravanja
- (2) odstupanja koje je nastalo od sastavljenoga djelovanja posmaka, nelinearnosti i razlike u pojačanju
- (3) odstupanja u temperaturi okoliša
- (4) odstupanja u mrežnome napajanju
- (5) djelovanja opterećenja koja nastaju od konačnoga ulaznog otpora DMM-a koji se umjerava.

S9.4 Zbog ograničenog razlučivanja pokazivanja DMM-a ne opažaju se rasipanja u vrijednostima pokazivanja.

S9.5 Očitavanja DMM-a (V_{iX})

DMM pokazuje napon od 100,1 V pri namještenju kalibratora na 100 V. Pretpostavlja se da je očitavanje DMM-a točno (vidi S9.4).

S9.6 Radni etalon (V_S)

Potvrda o umjeravanju za multifunkcijski kalibrator utvrđuje da je generirani napon vrijednost koju pokazuje namještenje kalibratora i da je pridružena povećana relativna mjerna nesigurnost jednaka $W = 0,000\ 02$ (faktor pokrivanja $k = 2$), čiji je rezultat povećana mjerna nesigurnost pridružena namještenju od 100 V od $U = 0,002$ V (faktor pokrivanja $k = 2$).

S9.7 Razlučivanje DMM-a koji se umjerava (δV_{iX})

Posljednje dvije važne znamenke pokazivača DMM-a odgovaraju 0,1 V. Svako očitavanje DMM-a ima ispravak zbog

¹⁾ EAL-G26, Umjeravanje tlačnih vaga

EAL-G31, Umjeravanje termoparova

EAL-G32, Mjerenje i generiranje malih izmjeničnih napona s induktivnim naponskim djelilima

EA-10/10, EA upute za određivanje srednjega promjera navoja mjerila za usporedne navoje mehaničkim ispitivanjem

konačnog razlučivanja pokazivanja za koje se procjenjuje da je jednako 0,0 V s granicama $\pm 0,05$ V (tj. polovici vrijednosti najmanje važne znamenke).

S9.8 Drugi ispravci (δV_S)

Zbog činjenice da pojedinačne brojke nisu dostupne mjerna nesigurnost pridružena različitim izvorima izvodi se iz točnosti specifikacije koju je dao proizvođač kalibratora. Te specifikacije utvrđuju da se generirani napon kalibratora podudara s namještenjem kalibratora u granicama od $\pm (0,0001 \times V_S + 1 \text{ mV})^2$ u ovim mjernim uvjetima:

- (1) temperatura okoliša u području od 18 °C do 23 °C
- (2) mrežni napon napajanja kalibratora u području od 210 V do 250 V
- (3) otporsko opterećenje priključaka kalibratora veće od 100 k Ω
- (4) kalibrator je umjeren prethodne godine.

Budući da su ti mjerni uvjeti zadovoljeni te budući da povijest umjeravanja kalibratora pokazuje da se može osloniti na specifikacije proizvođača, pretpostavlja se da je ispravak koji se primjenjuje na napon koji generira kalibrator jednak 0,0 V u granicama od $\pm 0,011$ V.

S9.9 Korelacija

Nijedna se ulazna veličina ne smatra koreliranom ni u kakvu znatnijem iznosu.

S9.10 Budžet nesigurnosti (E_X):

Veličina	Procjena	Standardno odstupanje	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$		C_i	$u_i(y)$
V_{IX}	100,1 V	–	–	–	
V_S	100,1 V	0,001 V	normalna	–1,0	–0,001 V
δV_{IX}	100,1 V	0,029 V	pravokutna	1,0	0,029 V
δV_S	100,1 V	0,0064 V	pravokutna	–1,0	–0,0064 V
E_X	0,1 V				0,030 V

S9.11 Povećana nesigurnost

U standardnoj mjernoj nesigurnosti pridruženoj rezultatu očigledno dominira djelovanje konačnog razlučivanja DMM-a. Konačna razdioba nije normalna, nego je u biti pravokutna. Prema tomu nije primjenjiva metoda stvarnih stupnjeva slobode opisana u EA-4/02, dodatku E. Faktor pokrivanja koji odgovara toj pravokutnoj razdiobi vrijednosti izračunava se iz jednadžbe (S9.8) u matematičkoj napomeni S9.14.

$$U = k \times u(E_X) = 1,65 \times 0,030 \text{ V} \cong 0,05 \text{ V}$$

S9.12 Iskazani rezultat

Mjerna pogreška pokazivanja ručnoga digitalnog voltometra na 100 V jednaka je $(0,10 \pm 0,05)$ V.

Povećana mjerna nesigurnost koja se daje u izvještaju iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 1,65$, koji je izveden iz pretpostavljene pravokutne razdiobe vjerojatnosti za vjerojatnost pokrivanja od 95 %.

S9.13 Dodatna napomena

Metoda koja je upotrijebljena za izračunavanje faktora pokrivanja očigledno je povezana s činjenicom da u mjernoj nesigurnost koja je pridružena rezultatu dominira djelovanje konačnog rezlučivanja DMM-a. To će vrijediti za umjeravanje svih pokaznih mjerila niskog razlučivanja pod uvjetom da je konačno razlučivanje jedini dominantan izvor u budžetu nesigurnosti.

²⁾ Široko upotrebljavana metoda prikazivanja specifikacije točnosti mjerila u tehničkim podacima o mjerilu ili priručnicima sastoji se u davanju granica specifikacije kao "namještenja". Izraz za kalibrator bi bio $\pm (0,01 \text{ od namještenja} + 1 \text{ mV})$. Čak kad se ta metoda smatra istovrijednom gore danu izrazu, ona se u ovome dokumentu ne upotrebljava jer u mnogim slučajevima može izazvati zabunu i jer ne prikazuje jednadžbu fizikalnih veličina u međunarodno prihvaćenoj simboličkoj nomenklaturi.

S9.14 Matematička napomena

Ako je mjerna situacija takva da se jedan od doprinosa nesigurnosti u budžetu može označiti kao dominantan član, naprimjer član s indeksom 1, u tome se slučaju standardna nesigurnost koju treba pridružiti mjernomu rezultatu y može napisati kao:

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)} . \quad (S9.2)$$

Tu

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^N u_i^2(y)} \quad (S9.3)$$

označuje ukupan doprinos nesigurnosti od preostalih nedominantnih članova. Pod uvjetom da omjer ukupnoga doprinosa nesigurnosti $u_R(y)$ nedominantnih članova i doprinosa nesigurnosti $u_1(y)$ dominantnog člana nije veći od 0,3, jednadžba (S9.2) može se aproksimirati izrazom:

$$u(y) \cong u_1(y) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] . \quad (S9.4)$$

Relativna pogriješka aproksimacije manja je od 1×10^{-3} . Najveća relativna promjena standardne nesigurnosti koja nastaje od faktora u zgradama u jednadžbi (S9.4) nije veća od 5 %. Ta se vrijednost nalazi u prihvaćenim granicama dopuštenih odstupanja za matematičko zaokruživanje vrijednosti nesigurnosti.

Pod tim pretpostavkama razdioba vrijednosti koje se razumno mogu pripisati mjerenoj veličini u biti je istovjetna razdiobi koja se dobije iz poznatoga dominantnog doprinosa. Iz te se gustoće razdiobe $\varphi(y)$ može odrediti vjerojatnost pokrivanja p za svaku vrijednost povećane mjerne nesigurnosti U s pomoću integrala:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y') dy' . \quad (S9.5)$$

Invertiranjem toga izraza za danu vjerojatnost pokrivanja dobije se odnos između povećane mjerne nesigurnosti i vjerojatnosti pokrivanja $U = U(p)$ za danu gustoću razdiobe $\varphi(y)$. Uporabom te relacije faktor pokrivanja može se konačno izraziti kao:

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} . \quad (S9.6)$$

U slučaju ručnoga digitalnog voltometra dominantni doprinos nesigurnosti koji nastaje iz konačnog razlučivanja pokazivanja jednak je $u_{\delta V_X}(E_X) = 0,029$ V, pri čemu je ukupni doprinos nesigurnosti nedominantnih članova jednak $u_R(E_X) = 0,0064$ V. Odgovarajući omjer jednak je $u_R(E_X)/u_{\delta V_X}(E_X) = 0,22$. Prema tomu rezultirajuća razdioba vrijednosti koje se mogu razumno pripisati pogriješcima pokazivanja u biti je pravokutna. Vjerojatnost pokrivanja za pravokutnu razdiobu linearno je povezana s povećanom mjernom nesigurnošću (a je poluširmina pravokutne razdiobe):

$$p = \frac{U}{a} . \quad (S9.7)$$

Rješavanjem te relacije po povećanoj mjernoj nesigurnosti U i uvrštenjem rezultata zajedno s izrazom za standardnu mjernu nesigurnost koja se odnosi na pravokutnu razdiobu kako je dana jednadžbom (3.8) u EA-4/02 konačno se dobije relacija:

$$k(p) = p\sqrt{3} . \quad (S9.8)$$

Za vjerojatnost pokrivanja od $p = 95$ % koja se primjenjuje u EA-u odgovarajući je faktor pokrivanja prema tomu jednak $k = 1,65$.

S10 Umjeravanje mjerila promjera s brojčanikom

S10.1 Pomično mjerilo s brojčanikom izrađeno od čelika umjerava se u odnosu na čelične granične mjerke razreda I kao radne etalone. Mjerno područje pomičnog mjerila jednako je 150 mm. Odsječak očitavanja pomičnog mjerila jednak je 0,05 mm (glavni podjeljak na ljestvici jednak je 1 mm, podjeljak nonija je 1/20 mm). Pri umjeravanju se upotrebljava nekoliko graničnih mjerka s nazivnim duljinama u području od 0,5 mm do 150 mm. One su odabrane tako da su mjerne točke razmaknute približno za iste udaljenosti (npr. na 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm), ali daju različite vrijednosti na ljestvici nonija (npr. 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Primjer se odnosi na točku umjeravanja od 150 mm za mjerenje vanjskih dimenzija. One uključuju ovisnost mjernog rezultata o udaljenosti mjerene jedinice od zrake (Abbeova pogreška), kakvoći mjernih površina hvataljka (ravnini, paralelizmu, kvadratičnosti) i funkciji blokadnog mehanizma.

S10.2 Pogreška pokazivanja E_X pomičnog mjerila na referentnoj temperaturi $t_0 = 20\text{ °C}$ dobiva se iz izraza:

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{iX} + \delta l_M \quad (\text{S10.1})$$

gdje su:

l_{iX}	pokazivanje pomičnog mjerila
l_S	duljina stvarne granične mjerke
L_S	nazivna duljina stvarne granične mjerke
$\bar{\alpha}$	prosječni koeficijent toplinskog širenja pomičnog mjerila i granične mjerke
Δt	razlika temperatura između mjerila promjera i granične mjerke
δl_{iX}	ispravak zbog konačnog razlučivanja pomičnog mjerila
δl_M	ispravak zbog mehaničkih posljedica kao što su primijenjena sila za mjerenja, Abbeove pogreške, pogreške ravnine i paralelizma mjernih ploha.

S10.3 Radni etaloni (l_S, L_S)

Duljine referentnih graničnih mjerka koje se upotrebljavaju kao radni etaloni zajedno s njihovim pridruženim povećanim mjernim nesigurnostima daju se u potvrdi o umjeravanju. Ta potvrda potvrđuje da granične mjerke zadovoljavaju zahtjeve za granične mjerke razreda I u skladu s normom ISO 3650, tj. da se središnja duljina granične mjerke podudara u granicama od $\pm 0,8\text{ }\mu\text{m}$ s nazivnom duljinom. Za stvarne duljine graničnih mjerka upotrebljavaju se njihove nazivne duljine bez ispravka, pri čemu se granice dopuštenih odstupanja uzimaju kao gornja i donja granicu intervala promjenjivosti.

S10.4 Temperatura ($\Delta t, \bar{\alpha}$)

Nakon odgovarajućeg vremena stabilizacije izjednače se temperature mjerila promjera i mjerke u granicama od $\pm 2\text{ °C}$. Prosječni koeficijent toplinskog širenja jednak je $11 \times 10^{-6}\text{ °C}^{-1}$. (Nesigurnost prosječnoga toplinskog koeficijenta širenja i razlike toplinskih koeficijenta širenja ne uzima se u obzir; njezin se utjecaj za taj slučaj smatra zanemarivim. Vidi EA-4/02-S1, primjer S4).

S10.5 Razlučivanje mjerila promjera (δl_{iX})

Podjeljak ljestvice nonija jednak je 0,05 mm. Prema tomu se procjenjuje da varijacije zbog konačnog razlučivanja imaju pravokutne granice od $\pm 25\text{ }\mu\text{m}$.

S10.6 Mehanička djelovanja (δl_M)

Ta djelovanja uključuju primijenjenu mjernu silu, Abbeovu pogrešku i gibanje između zrake i klizne hvataljke. Dodatna djelovanja mogu nastati iz činjenice da mjerne površine hvataljka nisu sasvim ravne ni međusobno paralelne ni okomite na zraku. Radi jednostavnosti uzima se u obzir samo raspon ukupne promjene jednak $\pm 50\text{ }\mu\text{m}$.

S10.7 Korelacija

Smatra se da nijedna od ulaznih veličina nije korelirana u znatnijem iznosu.

S10.8 Mjerenja (l_{iX})

Mjerenje je opetovano nekoliko puta i nije otkriveno nikakvo rasipanje u opažanjima. Prema tomu nesigurnost zbog ograničene ponovljivosti ne daje nikakav doprinos. Za mjerku od 150 mm dobije se mjerni rezultat od 150,10 mm.

S10.9 Budžet nesigurnosti (δl_X)

Veličina	Procjena	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
X_i	x_i				
l_{iX}	150,10 mm	–	–	–	–
δl_S	150,00 mm	0,46 μm	pravokutna	–1,0	–0,46 μm
δt	0	1,15 K	pravokutna	1,7 μmK^{-1}	2,0 μm
δl_{iX}	0	15 μm	pravokutna	1,0	15 μm
δl_M	0	29 μm	pravokutna	1,0	29 μm
E_X	0,10 mm				33 μm

S10.10 Povećana nesigurnost

U mjernoj nesigurnosti pridruženoj rezultatu očigledno je dominantno sastavljeno djelovanje mjerne sile i konačnog razlučivanja nonija. Konačna razdioba nije normalna, nego je u biti trapezna s omjerom $\beta = 0,33$ poluširine područja gornje osnovice i poluširine intervala promjenjivosti. Prema tomu, nije primjenjiva metoda stvarnih stupnjeva slobode opisana u EA-4/02, dodatku E. Faktor pokrivanja $k = 1,83$ koji odgovara toj trapeznoj razdiobi vrijednosti izračunava se iz jednadžbe (S10.10) matematičke napomene S10.13. Prema tomu je:

$$U = k \times u(E_X) = 1,83 \times 0,033 \text{ mm} \approx 0,06 \text{ mm}$$

S10.11 Iskazani rezultat

Na 150 mm pogrješka pokazivanja mjerila promjera je $(0,10 \pm 0,06)$ mm.

Povećana mjerna nesigurnost koja se daje u izvještaju iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 1,83$, koji je za vjerojatnost pokrivanja od 95 % izveden iz pretpostavljene trapezne razdiobe vjerojatnosti.

S10.12 Dodatna napomena

Metoda koja se upotrebljava za izračunavanje faktora pokrivanja jasno je povezana s činjenicom da u mjernoj nesigurnosti pridruženoj rezultatu dominiraju dva utjecaja: mehanička djelovanja i konačno razlučivanje ljestvice nonija. Prema tomu za izlaznu veličinu nije opravdana pretpostavka o normalnoj razdiobi te se primjenjuju uvjeti stavka 5.6 EA-4/02. Imajući na umu da se vjerojatnosti i gustoće vjerojatnosti u praksi mogu odrediti samo u granicama od 3 % do 5 %, razdioba je u biti trapezna, dobivena konvolucijom dviju pravokutnih razdioba pridruženih dominantnim doprinosima. Poluširine donje i gornje osnovice dobivenog simetričnoga trapeza jednake su redom 75 μm i 25 μm . Interval od $\pm 60 \mu\text{m}$ oko njegove osi simetrije obuhvaća 95 % ploštine trapeza, što odgovara faktoru pokrivanja $k = 1,83$.

S10.13 Matematička napomena

Ako je mjerna situacija takva da se u budžetu nesigurnosti dva doprinosa nesigurnosti mogu označiti kao dominantni članovi, može se primijeniti metoda prikazana u točki S9.14 kad se ta dva dominantna doprinosa, npr. članovi s indeksima 1 i 2, kombiniraju u jedan dominantni član. U tome se slučaju standardna nesigurnost koju treba pridružiti mjernom rezultatu y može napisati kao:

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \quad (\text{S10.2})$$

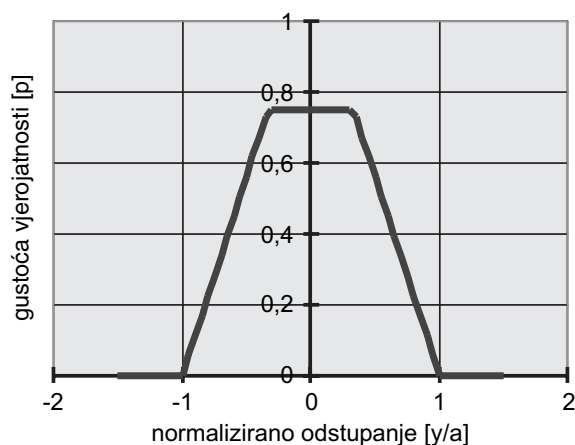
pri čemu:

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \quad (\text{S10.3})$$

označuje sastavljeni doprinos dvaju dominantnih članova, a

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^N u_i^2(y)} \quad (\text{S10.4})$$

ukupan doprinos nesigurnosti preostalih nedominantnih članova. Ako dva dominantna doprinosa potječu iz pravokutnih razdioba vrijednosti s poluširinama a_1 i a_2 , razdioba koja se dobije kao rezultat njihove konvolucije simetrična je trapezna razdioba s poluširinama:



Slika 1.: Objedinjena simetrična trapezna razdioba vjerojatnosti s vrijednosti $\beta = 0,33$ parametra brida, nastala konvolucijom dviju pravokutnih razdioba.

$$a = a_1 + a_2 \text{ i } b = |a_1 - a_2| \quad (\text{S10.5})$$

redom donje i gornje osnovice (vidi primjer na slici 1.). Razdioba može biti prikladno izražena u objedinjenome obliku:

$$\varphi(y) = \frac{1}{a(1+\beta)} \times \begin{cases} 1 & |y| < \beta \cdot a \\ \frac{1}{1-\beta} \left(1 - \frac{|y|}{a}\right) & \beta \cdot a \leq |y| \leq a \\ 0 & a < |y| \end{cases} \quad (\text{S10.6})$$

s parametrom brida:

$$\beta = \frac{b}{a} = \frac{|a_1 - a_2|}{a_1 + a_2} \quad (\text{S10.7})$$

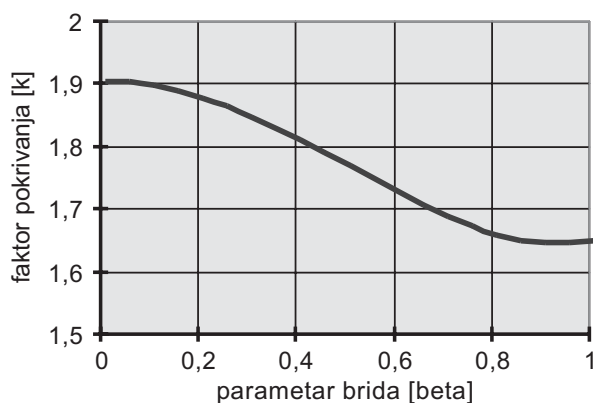
Kvadrat standardne nesigurnosti koja se izvodi iz trapezne razdiobe s jednadžbom (S10.6) jednak je:

$$u^2(y) = \frac{a^2}{6} (1 + \beta^2). \quad (\text{S10.8})$$

Uporabom razdiobe prema jednadžbi (S10.6) ovisnost faktora pokrivanja o vjerojatnosti pokrivanja izvodi se u skladu s metodom skiciranom u S9.14

$$k(p) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \times \begin{cases} \frac{p(1+\beta)}{2} & \frac{p}{2-p} < \beta \\ 1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta \leq \frac{p}{2-p} \end{cases} \quad (\text{S10.9})$$

Slika 2. pokazuje ovisnost faktora pokrivanja k o vrijednosti parametra brida β za vjerojatnost pokrivanja od 95 %.



Slika 2.: Ovisnost faktora pokrivanja k o vrijednosti faktora brida β trapezne razdiobe za faktor pokrivanja od 95 %.

Faktor pokrivanja za vjerojatnost pokrivanja od 95 % koja odgovara trapeznoj razdobi s parametrom brida od $\beta < 0,95$ izračunava se iz relacije:

$$k = \frac{1 - \sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} \quad (S10.10)$$

S11 Umjeravanje kalibratora temperature u obliku čvrstog bloka na temperaturi od 180 °C³⁾

S11.1 Kao dio umjeravanja mjeri se temperatura koju treba dodijeliti provrtu za umjeravanje kalibratora u obliku čvrstog bloka. To se provodi kad se pokazivanje ugrađenoga temperaturnog pokazivača stabilizira na 180,0 °C. Temperatura umjeravanja provrta određuje se umetanjem platinskoga otporskog toplomjera, koji se upotrebljava kao radni etalon, mjerenjem električnog otpora toplomjera izmjeničnim otporskim mostom. Temperatura t_X , koju treba dodijeliti kao temperaturu provrta kad je očitavanje ugrađenoga pokazivača temperature jednako 180 °C, dana je izrazom:

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (S11.1)$$

gdje je

- t_S temperatura radnog etalona izvedena iz izmjeničnoga mjerenja otpora
- δt_S temperaturni ispravak zbog izmjeničnog mjerenja otpora
- δt_D temperaturni ispravak zbog klizenja vrijednosti radnog etalona od njegova posljednjeg umjeravnja
- δt_{iX} temperaturni ispravak zbog granica namještenja kalibratora temperature
- δt_R temperaturni ispravak zbog radijalne temperaturne razlike ugrađenoga toplomjera i radnog etalona
- δt_A temperaturni ispravak zbog osne nehomogenosti temperature u mjernome provrtu
- δt_H temperaturni ispravak zbog histereze u granama povećanja i smanjenja mjernog ciklusa
- δt_V promjena temperature u vrijeme mjerenja.

Ispravci temperature zbog vodljivosti osnovice nisu uzeti u obzir jer platinski otporski toplomjer koji se upotrebljava kao radni etalon ima vanjski promjer od $d \leq 6$ mm. Prijašnja istraživanja pokazala su da se djelovanje vodljivosti osnovice može u tome slučaju zanemariti.

³⁾ Sličan primjer bit će dan u uputama EA-10/13, Umjeravanje kalibratora temperature u obliku čvrstog bloka. On je uključen u ovaj tekst u pojednostavnjenom obliku kako bi se istaklo kako se u procesu umjeravanja dodjeljuje vrijednost pokazivanju mjerila. Taj je proces temelj za umjeravanje u različitim područjima mjeriteljstva te je prema tomu od općeg interesa. Taj primjer nadalje pokazuje da za obradbu toga problema postoje dva istovrijedna puta: izravna dodjela vrijednosti pokazivanju mjerila i pridruživanje ispravka pokazivanju, koje se obično naziva pogreškom pokazivanja.

S11.2 Radni etalon (t_s)

Potvrda o umjeravanju otporskoga toplomjera koji se upotrebljava kao radni etalon daje odnos između otpora i temperature. Izmjerena vrijednost otpora odgovara temperaturi od 180,1 °C, s pridruženom povećanom mjernom nesigurnošću $U = 30$ mK (faktor pokrivanja $k = 2$)

S11.3 Određivanje temperature mjerenjem otpora (δt_s)

Određeno je da je temperatura otporskoga toplomjera koji se upotrebljava kao radni etalon jednaka 180,1 °C. Standardna mjerna nesigurnost pridružena mjerenju otpora pretvara se u temperaturu koja odgovara $u(\delta t_s) = 10$ mK.

S11.4 Klizenje temperature radnog etalona (δt_D)

Iz općeg iskustva s platinskim otporskim toplomjerima tipa koji se upotrebljava kao radni mjerni etalon procjenjuje se da je promjena temperature zbog starenja otpornika od posljednjeg umjeravanja etalona u granicama od ± 40 mK.

S11.5 Mogućnost namještanja temperature mjerke kalibratora (δt_X)

Ugrađeni nadzorni toplomjer kalibratora temperature mjerke ima podjeljak ljestvice od 0,1 K. To daje temperaturno razlučivanje u granicama od ± 50 mK u kojima se na jedinstven način može namjestiti termodinamičko stanje temperature bloka.

Napomena: Ako pokazivanje ugrađenoga toplomjera nije dano u jedinicama temperature, granice razlučivanja moraju se pretvoriti u istovrijedne vrijednosti temperature množenjem pokazivanja s odgovarajućom stalnicom mjerila.

S11.6 Radijalna nehomogenost temperature (δt_R)

Procijenjeno je da je razlika radijalne temperature između mjernog provrta i ugrađenoga toplomjera u granicama od ± 100 mK.

S11.7 Osnna nehomogenost temperature (δt_A)

Iz očitavanja za različite dubine uranjanja procijenjeno je da su temperaturna odstupanja zbog osne nehomogenosti temperature u otvoru za umjeravanje u granicama od ± 250 mK.

S11.8 Djelovanja histereze (δt_H)

Iz očitavanja referentnoga toplomjera tijekom ciklusa mjerenja povećanja i sniženja temperature procijenjeno je da je odstupanje temperature otvora za umjeravanje zbog djelovanja histereze u granicama od ± 50 mK.

S11.9 Nestabilnost temperature (δt_V)

Procjenjuje se da su promjene temperature zbog nestabilnosti temperature tijekom ciklusa mjerenja od 30 min u granicama od ± 30 mK.

S11.10 Korelacije

Smatra se da nijedna od ulaznih veličina nije korelirana u znatnijem iznosu.

S11.11 Opetovana opažanja

Zbog konačnog razlučivanja pokazivanje ugrađenoga toplomjera nije opaženo ni uzeto u obzir rasipanje pokazanih vrijednosti.

S11.12 Budžet nesigurnosti (t_X)

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
t_s	180,1 °C	15 mK	normalna	1,0	15 mK
δt_s	0,0 °C	10 mK	normalna	1,0	10 mK
δt_D	0,0 °C	23 mK	pravokutna	1,0	23 mK
δt_X	0,0 °C	29 mK	pravokutna	-1,0	-29 mK
δt_R	0,0 °C	58 mK	pravokutna	1,0	58 mK
δt_A	0,0 °C	144 mK	pravokutna	1,0	144 mK
δt_H	0,0 °C	29 mK	pravokutna	1,0	29 mK
δt_V	0,0 °C	17 mK	pravokutna	1,0	17 mK
t_X	180,1 °C				164 mK

S11.13 Povećana nesigurnost

U standardnoj mjernoj nesigurnosti pridruženoj rezultatu očigledno je dominantno djelovanje nepoznatog ispravka temperature zbog osne nehomogenosti temperature u mjernome otvoru i radijalne razlike temperature između ugrađenoga toplomjera i radnog etalona. Konačna razdioba nije normalna, nego je u biti trapezna. U skladu s točkom S10.3 faktor pokrivanja koji odgovara parametru brida $\beta = 0,43$ jednak je $k = 1,81$:

$$U = k \times u(t_X) = 1,81 \cdot 164 \text{ mK} \cong 0,3 \text{ K}$$

S11.14 Iskazani rezultat

Temperatura provrta umjeravanja koju treba dodijeliti pokazivanju ugrađenoga nadzornog toplomjera od $180,0 \text{ }^\circ\text{C}$ jednaka je $180,1 \text{ }^\circ\text{C} \pm 0,3 \text{ }^\circ\text{C}$.

Povećana mjerna nesigurnost koja se daje u izvještaju iskazana je kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 1,81$ koji je izveden iz pretpostavljene trapezne razdiobe vjerojatnosti za vjerojatnost pokrivanja od približno 95 %.

S11.15 Matematički dodatak o modelu

Neke mjeritelje zbunjuje to što se u funkciji jednadžbe modela (S11.1) izravno ne pojavljuje pokazivanje nadzornoga toplomjera. Kako bi se zadovoljile njihove potrebe, problem se može alternativno formulirati s pogriješkom pokazivanja:

$$E_X = t_X - \delta t_i \quad (\text{S11.2})$$

ugrađenoga pokazivača temperature

$$E_X = t_X - \delta t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \quad (\text{S11.3})$$

Pokazana vrijednost t_i nazivna je vrijednost. Ona djeluje na pomak ljestvice mjerene veličine. Ona međutim ne pridonosi mjernoj nesigurnosti pridruženoj pogriješci pokazivanja:

$$u(E_X) = u(t_X) \quad (\text{S11.4})$$

Funkcija modela iz jednadžbe (S11.1) može se ponovno dobiti iz jednadžbe (S11.3) uporabom definicije pogriješke pokazivanja iz jednadžbe (S11.2).

Ova napomena pokazuje da ne postoji nužno samo jedan jedinstveni način odabira modela vrednovanja mjerenja. Mjeritelj može slobodno odabrati model koji je prikladan njegovim navikama i njegovu pristupu problemu. Funkcije modela koje se mogu matematički transformirati jedna u drugu predstavljaju isti mjerni proces. Za slučajeve u kojima je uključena neprekidna ljestvica pokazivanja, kao u promatranome umjeravanju temperature bloka, funkcije modela koje su povezane linearnim transformacijama ljestvice mogu poslužiti kao istovrijedni izrazi za mjerni problem.

S12 Umjeravanje kućanskog vodomjera

S12.1 Umjeravanje vodomjera uključuje određivanje relativne pogriješke pokazivanja u primjenjivim granicama protoka mjerila. Mjerenje se provodi uporabom ispitne instalacije koja se napaja potrebnim protokom vode s tlakom koji je približno jednak 500 kPa , što je vrijednost tipična za gradske vodovodne sustave. Voda se prima u otvoreni spremnik koji je umjeren i određuje referentni obujam vode. On je prazan, ali mokar na početku mjerenja. Spremnik za prikupljanje ima uzak vrat s pričvršćenom ljestvicom kojom se može otkriti razina punjenja. Između tih se spremnika priključuje mjerilo koje se umjerava. Ono ima mehaničko brojilo s pokazivačem. Mjerenje se provodi pri protoku od 2500 l/h sa stalnim uključivanjem i isključivanjem, što znači da je na početku i kraju mjerenja protok jednak ničiti. Pokazivanje mjerila bilježi se na početku i na kraju mjerenja. Razina u sabirnome spremniku bilježi se na kraju mjerenja. Bilježe se također temperatura i tlak vode u mjerilu i temperatura vode u sabirnome spremniku.

S12.2 Relativna pogreška pokazivanja e_X u jednome krugu definira se kao:

$$e_X = \frac{\Delta V_{iX} + \delta V_{iX2} - \delta V_{iX1}}{V_X} - 1 \quad (\text{S12.1})$$

s

$$V_X = (V_{iS} + \delta V_{iS})(1 + \alpha_S(t_S - t_0))(1 + \alpha_W(t_X - t_S))(1 + \kappa_W(p_X - p_S)) \quad (\text{S12.2})$$

gdje je:

$\Delta V_{iX} = V_{iX2} - V_{iX1}$	razlika pokazivanja mjerila
V_{iX1}, V_{iX2}	pokazivanje mjerila na početku i na kraju mjerenja
$\delta V_{iX1}, \delta V_{iX2}$	ispravci zbog konačnog razlučivanja pokazivanja mjerila
V_X	obujam protekao kroz mjerilo tijekom mjerenja pod prevladavajućim uvjetima, tj. pod tlakom p_X i temperaturom t_X na ulazu i izlazu
V_{iS}	obujam koji se pokazuje na vratnoj ljestvici sabirnog spremnika na kraju mjerenja
δV_{iS}	ispravak obujma pokazanog na vratnoj ljestvici sabirnog spremnika zbog konačnog razlučivanja ljestvice
α_S	koeficijent kubičnoga toplinskog širenja gradiva sabirnog spremnika
t_S	temperatura sabirnog spremnika
t_0	referentna temperatura na kojoj je umjeren spremnik za prikupljanje
α_W	koeficijent kubičnoga toplinskog širenja vode
t_X	temperatura vode na ulazu spremnika
κ_W	stlačivost vode
p_S	tlak u sabirnom spremniku (on je na ničtici ako se nadtlak smatra jednakim nuli)
p_X	tlak vode na ulazu u mjerilo.

S12.3 Spremnik za prikupljanje vode (V_{iS}, t_0)

U potvrdi o umjeravanju navedeno je da vratna ljestvica pokazuje obujam od 200 l na referentnoj temperaturi $t_0 = 20^\circ\text{C}$ s pridruženom povećanom mjernom nesigurnošću od 0,1 % ($k = 2$). Povećana mjerna nesigurnost pridružena toj vrijednosti jednaka je 0,2 l ($k = 2$).

S12.4 Razlučivanje ljestvice sabirnog spremnika vode (V_{iS})

Razina vode sabirnog spremnika može se odrediti u granicama od ± 1 mm. S faktorom ljestvice spremnika od 0,02 l/mm procjenjuje se da se najveće odstupanje obujma vode sabirnog spremnika od opažene pokazane vrijednosti nalazi u granicama od $\pm 0,02$ l.

S12.5 Temperatura vode sabirnog spremnika vode (α_S, t_0)

Izmjerena temperatura vode u sabirnome spremniku jednaka je 15°C u granicama od ± 2 K. Utvrđene granice obuhvaćaju sve moguće izvore nesigurnosti, kao što su umjeravanje osjetila temperature, razlučivanje u očitavanju i gradijenti temperature u spremniku. Iz priručnika o gradivima uzima se da je koeficijent obujamskog širenja gradiva spremnika (čelika) u promatranome odsječku temperature stalnica jednaka $\alpha_S = 51 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Budući da ta vrijednost nije praćena iskazom nesigurnosti pretpostavlja se da je poznato da se nalazi u granicama njegovih najmanje važnih znamenaka. Uzima se da se nepoznata odstupanja nalaze u granicama zaokruživanja od $\pm 0,5 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$.

S12.6 Temperatura vode mjerila (α_W, t_X)

Izmjerena temperatura vode na ulazu u mjerilo jednaka je 16°C u granicama od ± 2 K. Navedene granice pokrivaju sve moguće izvore nesigurnosti, kao što su doprinosi umjeravanja osjetila temperature, razlučivanja u očitavanju i male promjene temperature tijekom jednog ciklusa mjerenja. Iz priručnika o gradivima uzima se da je koeficijent obujamskog širenja gradiva spremnika (čelika) u promatranome odsječku temperature stalnica jednaka $\alpha_S = 51 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Budući da ta vrijednost nije praćena iskazom nesigurnosti pretpostavlja se da je poznato da se nalazi u granicama njegovih najmanje važnih znamenaka. Smatra se da se nepoznata odstupanja nalaze u granicama zaokruživanja od $\pm 0,5 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$.

S12.7 Razlika tlaka vode između mjerila i spremnika (κ_W, p_S, p_X)

Nadtlak vode koja se dovodi na ulaz mjerila jednak je 500 kPa s relativnim odstupanjima koja nisu veća od ± 10 %. Na taj se način s ulaza u spremnik za prikupljanje vode, voda ekspandira na tlaku od 0 kPa (atmosferski tlak). Iz priručnika o gradivima uzima se da je stlačivost vode stalna u promatranome temperaturnom području i jednaka

$\kappa_W = 0,46 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$. Budući da ta vrijednost nije praćena iskazom nesigurnosti, pretpostavlja se da je poznato da se nalazi u granicama njegovih najmanje važnih znamenaka. Smatra se da se napoznata odstupanja nalaze u granicama zaokruživanja od $\pm 0,005 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$.

S12.8 Korelacija

Smatra se da nijedna od ulaznih veličina nije korelirana u znatnijem iznosu.

S12.9 Budžet nesigurnosti (V_X)

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
V_{iS}	200,02 l	0,10 l	normalna	1,0	0,10 l
δV_{iS}	0,0 l	0,0115 l	pravokutna	1,0	0,0115 l
α_S	$51 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$0,29 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	pravokutna	-1000 l·K	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
t_S	15 °C	1,15 K	pravokutna	$-0,0198 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	-0,0228 l
κ_W	$0,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	pravokutna	200 l·K	$0,58 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
t_X	16 °C	1,15 K	pravokutna	$-0,0300 \text{ l} \cdot \text{K}^{-1}$	-0,0346 l
κ_W	$0,46 \cdot 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	$2,9 \times 10^{-6} \text{ kPa}^{-1}$	pravokutna	-100 l·kPa	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
p_X	500 kPa	29 kPa	pravokutna	$-9,2 \cdot 10^{-6} \text{ l} \cdot \text{kPa}^{-1}$	-0,0027 l
p_S	0,0 Pa	–	–	–	–
V_X	199,95 l				0,109 l

U standardnoj mjernoj nesigurnosti pridruženoj rezultatu očigledno dominira pokazivanje obujma na vratnoj ljestvici sabirnog spremnika. Konačna razdioba nije normalna, nego je u biti pravokutna. To se mora imati na umu u daljnjemu postupku određivanja vrijednosti nesigurnosti.

S12.10 Pokazivanje mjerila (e_X)

Vodomjer koji se umjerava ima razlučivanje od 0,2 l čiji su rezultat granice od $\pm 0,1 \text{ l}$ u oba očitavanja za najveća odstupanja koja nastaju od razlučivanja mjerila.

S12.11 Budžet nesigurnosti (e_X)

Veličina X_i	Procjena x_i	Standardno odstupanje $u(x_i)$	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti c_i	Doprinos nesigurnosti $u_i(y)$
ΔV_{iX}	200,1 l	–	normalna	–	–
δV_{iX1}	0,0 l	0,058 l	pravokutna	$-5,0 \cdot 10^{-3}$	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
δV_{iX2}	0,0 l	0,058 l	pravokutna	$5,0 \times 10^{-3}$	$-0,29 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
V_X	199,95 l	0,058 l	pravokutna	$-5,0 \cdot 10^{-3}$	$-0,55 \cdot 10^{-3} \text{ l}$
e_X	0,000 3				$0,68 \cdot 10^{-3} \text{ l}$

S12.12 Ponovljivost mjerila

Relativna pogreška pokazivanja vodomjera koji se umjerava određena pri istome protoku od 2500 l/h pokazuje znatno rasipanje. Iz tih se razloga relativna pogreška pokazivanja određuje tri puta. Rezultati tih triju mjerenja obrađuju se kao neovisna opažanja e_{Xj} u modelu koji određuje prosječnu pogrešku pokazivanja e_{Xav} :

$$e_{Xav} = e_X + e_X \quad (\text{S12.3})$$

gdje je:

- e_X relativna pogreška pokazivanja u jednome ciklusu mjerenja
- δe_X ispravak relativne pogreške pokazivanja dobiven u različitim ciklusima mjerenja zbog pomanjkanja ponovljivosti mjerila.

S12.13 Mjerenja (e_x)

Br.	Opažena relativna pogreška pokazivanja
1	0,000 3
2	0,000 5
3	0,002 2

aritmetička sredina

$$\bar{e}_x = 0,001$$

eksperimentalno standardno odstupanje

$$s(e_x) = 0,001$$

standardna nesigurnost

$$u(\bar{e}_x) = s(\bar{e}_x) = \frac{0,001}{\sqrt{3}} = 0,000 60$$

S12.14 Budžet nesigurnosti (e_{xav})

Veličina	Procjena	Standardna nesigurnost	Broj stupnjeva slobode	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$	ν_{eff}		c_i	$u_i(y)$
e_x	0,001	$0,60 \times 10^{-3}$	2	normalna	1,0	$0,60 \times 10^{-3}$
δe_x	0,0	$0,68 \times 10^{-3}$	∞	normalna	1,0	$0,68 \cdot 10^{-3}$
e_{xav}	0,001		10			$0,91 \cdot 10^{-3}$

S12.15 Povećana nesigurnost

Zbog malena broja stvarnih stupnjeva slobode standardna nesigurnost pridružena srednjoj relativnoj pogrešci pokazivanja standardnog faktora pokrivanja treba se preinačiti u skladu s tablicom E1:

$$U = k \times u(e_{xav}) = 2,28 \times 0,91 \times 10^{-3} \cong 2,0 \times 10^{-3}.$$

S12.16 Iskazani rezultat

Prosječna relativna pogreška pokazivanja vodomjera određena pri protoku od 2500 l/h jednaka je $0,001 \pm 0,002$.

Mjerna nesigurnost koja je dana u izvještaju iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja $k = 2,28$, koji za t -razdiobu sa stvarnim brojem stupnjeva slobode $\nu_{eff} = 10$ odgovara prosječnoj vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S13 Umjeravanje prstenaste mjerke s nazivnim promjerom od 90 mm

S13.1 Čelični prsten unutrašnjega nazivnog promjera $D_x = 90$ mm umjerava se primjenom postupka uvedena u EAL-G29. Upotrebljavaju se komparator duljine Abbeova tipa i čelični prsten za namještanje čiji se unutrašnji nazivni promjer ($D_s = 40$ mm) znatno razlikuje od promjera prstena koji se umjerava. U tome slučaju komparator duljine i čelični prstenovi za namještanje imaju ulogu radnih etalona. Prstenovi se nježno pričvršćuju postupno na ploči s 4 stupnja slobode koja uključuje sve elemente položaja za izravnane ispitnih komada. Prstenovi se dodiruju u nekoliko dijametralno suprotnih točaka s dvije ruke u obliku slova C, redom fiksirane na stacionarnome i mjernome vretenu. Ruke u obliku slova C isporučuju se sa sfernim dodirnim vršcima. Mjerna se sila generira utegom za naprezanje koji osigurava dodirnu silu nazivne vrijednosti od 1,5 N u cijelome mjernom području. Mjerno vreteno kruto je spojeno s mjernom glavom čelične linearne ljestvice čije je razlučivanje 0,1 μ m. Linearna ljestvica komparatora periodično se ovjerava kako bi se zadovoljila specifikacija proizvođača koja se odnosi na najveću dopuštenu pogrešku.

Radi održavanja uvjeta okoliša utvrđenih postupkom umjeravanja prati se temperatura okoliša. Temperatura u radnome prostoru komparatora održava se na 20 °C u granicama od $\pm 0,5$ K. Potrebno je voditi brigu da se osigura da se tijekom umjeravanja prstenovi i linearna ljestvica (ravnalo) drže na nadziranoj temperaturi.

S13.2 Promjer d_x prstena koji se umjerava na referentnoj temperaturi od $t_0 = 20$ °C dobiva se iz izraza:

$$d_x = d_s + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \quad (\text{S13.1})$$

gdje je:

- d_S promjer referentoga prstena za namještanje na referentnoj temperaturi
- Δl opažena razlika u pomaku mjernog vretena kad se dodirni vrškovi unutrašnjih površina prstenova dodiruju u dvije dijametralno suprotne točke
- δl_i ispravak pogriješke pokazivanja komparatora
- δl_T ispravak zbog temperaturnoga djelovanja prstena koji se umjerava, referentnog prstena za namještanje i linearne ljestvice komparatora
- δl_P ispravak zbog suosnoga pogriješnog poravnanja proba s obzirom na mjernu crtu
- δl_E ispravak zbog razlike u elastičnim deformacijama prstena koji se umjerava i referentnoga prstena za namještanje
- δl_A ispravak zbog razlike Abbeovih pogriješaka komparatora kad se mjeri promjer prstena koji se umjerava i referentnoga prstena za namještanje.

S13.3 Radni etalon (d_S)

Unutrašnji promjer prstena za namještanje koji se upotrebljava kao radni etalon zajedno s pridruženom povećanom mjernom nesigurnošću koja je dana u potvrdi o umjeravanju kao $40,0007 \text{ mm} \pm 0,2 \mu\text{m}$ (faktor pokrivanja $k = 2$).

S13.4 Komparator (δl_i)

Ispravke zbog pogriješaka pokazivanja linearne ljestvice (ravnala) odredio je proizvođač i unaprijed ih elektronički pohranio. Svi preostali ispravci nalaze se u granicama proizvođačevih specifikacija od $\pm (0,3 \mu\text{m} + 1,5 \cdot 10^{-6} \cdot l_i)$, pri čemu je l_i dobiveno pokazivanje duljine. Specifikacije se procjenjuju periodičnim ovjeravanjima. Za stvarnu razliku duljina $D_X - D_S = 50 \text{ mm}$ procjenjuje se da se nepoznati preostali ispravci nalaze u granicama od $\pm (0,375) \mu\text{m}$.

S13.5 Temperaturni ispravci (δl_T)

Tijekom mjerenja mora se voditi briga da se osigura da se prsten koji se umjerava, prsten za namještanje i ljestvica komparatora drže na nadziranoj temperaturi. Iz prijašnjih mjerenja i općeg iskustva s mjernim sustavom može se procijeniti da odstupanja temperatura prstena koji se umjerava, prstena za namještanje i ljestvice komparatora od temperature okoliša ostaju u granicama od $\pm 0,2 \text{ K}$. Mjeriteljsko znanje prema tomu najbolje se opisuje odstupanjem temperature okoliša od referentne temperature i odstupanjima temperatura prstena koji se umjerava, prstena koji se namješta i ljestvice komparatora (ravnala) od temperature okoliša. Ispravak δl_T zbog utjecaja temperature određuje se iz modela:

$$\delta l_T = (D_S(\alpha_S - \alpha_R) - D_X(\alpha_X - \alpha_X))\Delta t_A + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X - (D_X - D_S) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_S \quad (\text{S13.2})$$

gdje je:

- D_X, D_S nazivni promjer prstena koji se umjerava i referentnog prstena za namještanje
- $\alpha_X, \alpha_S, \alpha_R$ koeficijenti linearnog širenja prstana koji se umjerava, referentnog prstena za namještanje i linearne ljestvice komparatora (ravnala)
- $\Delta t_A = t_A - t_0$ odstupanja temperature okoliša mjerne prostorije od referentne temperature $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
- $\delta t_S, \delta t_X, \delta t_R$ odstupanja temperature prstena koji se umjerava, referentnoga prstena za namještanje i linearne ljestvice komparatora (ravnala) od temperature okoliša.

Budući da su očekivanja četiriju razlika temperatura koje ulaze u jednadžbu (S13.2) jednaka ničtici, uobičajena linearizirana verzija neće uključivati djelovanja mjerne nesigurnosti pridružene vrijednostima triju koeficijenata linearnoga toplinskog širenja. Kako je prikazano u odsječku S4.13, treba upotrebljavati nelinearnu verziju kako bi se odredila standardna nesigurnost pridružena četirima članovima s umnošcima:

$$\begin{aligned} \delta l_{TA} &= (D_S(\alpha_S - \alpha_R) - D_X(\alpha_X - \alpha_X))\Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \alpha_S \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \alpha_X \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_X - D_S) \alpha_R \delta t_S \end{aligned} \quad (\text{S13.3})$$

Na temelju potvrde o umjeravanju prstena za namještanje, proizvođačevih podataka za prsten koji se umjerava i ljestvicu komparatora, pretpostavlja se da su koeficijenti linearnog rastezanja u granicama od $(11,5 \pm 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Uporabom te vrijednosti i granica promjenjivosti temperature na početku standardne nesigurnosti pridružene četirima članovima u umnošku jednake su $u(\delta l_{TA}) = 0,012 \mu\text{m}$, $u(\delta l_{TS}) = 0,053 \mu\text{m}$, $u(\delta l_{TX}) = 0,12 \mu\text{m}$, $u(\delta l_{TR}) = 0,066 \mu\text{m}$.

Standardna nesigurnost pridružena sastavljenim ispravicima temperature izvodi se iz tih vrijednosti uporabom sljedećega podbudžeta nesigurnosti:

Veličina	Procjena	Standardno odstupanje	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$		C_i	$u_i(y)$
δl_{TA}	0,0 μm	0,012 μm	-	1,0	0,012 μm
δl_{TS}	0,0 μm	0,053 μm	-	1,0	0,053 μm
δl_{TX}	0,0 μm	0,12 μm	-	1,0	0,12 μm
δl_{TR}	0,0 μm	0,066 μm	-	1,0	0,066 μm
δl_T	0,0 μm				0,15 μm

S13.6 Ispravak suosnosti (δl_P)

Smatra se da je odstupanje od suosnosti dviju sfernih proba i mjernoga pravca u granicama od $\pm 20 \mu\text{m}$. Uporabom jednačaba utvrđenih u matematičkome dodatku (S13.13) ispravak zbog moguće nesuosnosti i pridružene standardne mjerne nesigurnosti dan je izrazom:

$$\delta l_P = 2 \cdot \left(\frac{1}{D_x} - \frac{1}{D_s} \right) \cdot u^2(\delta c) \quad (\text{S13.4})$$

$$u^2(\delta l_P) = \frac{16}{5} \cdot \left(\frac{1}{D_x^2} + \frac{1}{D_s^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \quad (\text{S13.5})$$

Tu je δc mala udaljenost mjerenog luka od središta prstena. Vrijednosti koje se dobiju za ispravak i pridružena standardna mjerna nesigurnost jednake su $\delta l_P \approx -0,004 \mu\text{m}$ i $u(\delta l_P) \approx 0,0065 \mu\text{m}$. Kao što se može vidjeti iz budžeta nesigurnosti (S13.10), sve te vrijednosti za red su veličine manje od preostalih doprinosa nesigurnosti, tako da njihov utjecaj ne treba uzimati u obzir pod trenutačnim mjernim uvjetima.

S13.7 Ispravak elastičnog izobličenja (δl_E)

Elastično izobličenje prstena koji se umjerava ili referentnoga prstena za namještanje ne određuje se tijekom dotičnog mjerenja. Iz prijašnjeg se iskustva međutim procjenjuje da se djelovanja koja potječu iz elastičnih izobličenja nalaze u granicama od $\pm 0,03 \mu\text{m}$.

S13.8 Ispravak Abbeove pogreške (δl_A)

Stvarne vrijednosti Abbeove pogreške komparatora ne određuju se tijekom dotičnog mjerenja. Iz iskustva i periodične provjere podataka komparatora procjenjuje se međutim da se djelovanja zbog Abbeove pogrešaka nalaze u granicama od $\pm 0,02 \mu\text{m}$.

S13.9 Mjerenja (Δl)

Izvršena su sljedeća opažanja unutrašnjega promjera nepoznatog prstana i prstena za namještanje:

No	Predmet	Opažanje	Mjerena veličina
1	referentni prsten za namještanje	0 tijekom ovoga koraka pokazivač komparatora postavlja se na ničticu	promjer u nazivnome smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra
2	prsten koji se umjerava	49,999 35 mm	promjer u nazivnome smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra
3	prsten koji se umjerava	49,999 11 mm	promjer u nazivnom smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra rotiranu oko osi s obzirom na nazivni smjer za + 1 mm na opsegu
4	referentni prsten za namještanje	49,999 72 mm	promjer u nazivnome smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra rotiranu oko osi s obzirom na nazivni smjer za - 1 mm na opsegu
5	prsten koji se umjerava	49,999 54 mm	promjer u nazivnome smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra rotiranu oko osi s obzirom na nazivni smjer za + 1 mm prema gore
6	prsten koji se umjerava	49,999 96 mm	promjer u nazivnome smjeru ravnine simetrije okomit na os cilindra rotiranu oko osi s obzirom na nazivni smjer za + 1 mm prema dolje

Opažanja se mogu razdijeliti u dvije skupine: opažanja promjera prstena za namještanje (opažanje br. 1) koja se upotrebljavaju za namještanje pokazivanja komparatora u ništicu i opažanja promjera prstena koji se umjerava (opažanje br. 2 do 6) koja daju razliku u promjerima:

$$\begin{aligned} \text{aritmetičke sredine:} & \quad \bar{\Delta l} = 49,999\ 54\ \text{mm} \\ \text{standardnog odstupanja jednog opažanja:} & \quad s(\Delta l) = 0,33\ \mu\text{m} \\ \text{standardnog odstupanja srednje vrijednosti:} & \quad s(\bar{\Delta l}) = \frac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}} = 0,15\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Standardno odstupanje srednje vrijednosti $s(\Delta l) = 0,18\ \mu\text{m}$ uzima u obzir djelovanja zbog oblika odstupanja prstena koji se umjerava te zbog ponovljivosti komparatora. Kako bi se dobila standardna mjerna nesigurnost pridružena opaženoj srednjoj vrijednosti razlike promjera, mora se uzeti u obzir nesigurnost koja nastaje iz postavljanja u ništicu pokazivanja komparatora. Ona se izvodi iz skupne procjene standardnog odstupanja $s_p(0) = 0,25\ \mu\text{m}$ koja je dobivena u prijašnjemu mjerenju pod istim mjernim uvjetima. Rezultirajuća standardna mjerna nesigurnost koju treba pridružiti opaženoj razlici promjera jednaka je:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\bar{\Delta l}) + s_p^2(0)} = 0,30\ \mu\text{m}$$

S13.10 Budžet nesigurnosti (d_x)

Veličina	Procjena	Standardno odstupanje	Razdioba vjerojatnosti	Koeficijent osjetljivosti	Doprinos nesigurnosti
X_i	x_i	$u(x_i)$		c_i	$u(y)$
d_s	40,000 7 mm	0,10 μm	normalna	1,0	0,10 μm
δl	49,999 55 mm	0,30 μm	normalna	1,0	0,30 μm
δl_i	0,0 mm	0,22 μm	pravokutna	1,0	0,22 μm
δl_r	0,0 mm	0,15 μm	normalna	1,0	0,15 μm
δl_A	0,000 004 mm	0,006 5 μm	pravokutna	1,0	0,006 5 μm
δl_A	0,0 mm	0,018 μm	pravokutna	1,0	0,018 μm
δl_A	0,0 mm	0,012 μm	pravokutna	1,0	0,012 μm
d_x	90,000 25 mm				0,433 μm

S13.11 Povećana nesigurnost

$$U = k \times u(d_x) = 2 \times 0,433\ \mu\text{m} \cong 0,9\ \mu\text{m}$$

S13.12 Iskazani rezultat

Promjer prstenaste mjerke jednak je $(90,000\ 3 \pm 0,000\ 9)\ \text{mm}$.

Iskazana povećana mjerna nesigurnost navodi se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja koja za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

S13.13 Matematički dodatak o nesuosnosti

Budući da nije moguće provesti točno ugađanje prstenova u odnosu na mjernu os komparatora, veličina koja se određuje mjerenjem luka je odgovarajućega prstena u blizini njegova promjera. Duljina d' toga luka koji se opaža mjerenjem povezana je s promjerom prstena d izrazom:

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left(1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right) \quad (\text{S13.6})$$

gdje je $\delta\varphi$ mali kut koji je komplement polovini središnjega kuta luka do $\pi/2$. Taj je kut s druge strane povezan malom udaljenošću δc luka od središta prstena izrazom:

$$\delta c = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \quad (\text{S13.7})$$

tako da se jednadžba (S13.6) može drukčije napisati kao:

$$d' \cong d - 2 \frac{(\delta c)^2}{D} \quad (\text{S13.8})$$

pri čemu je u gornjemu omjeru promjer d prstena zamijenjen njegovim nazivnim promjerom D jer je brojnik omjera već malena veličina. Najbolja se procjena promjera dobije ako se uzme u obzir da je očekivanje posljednjeg odnosa jednako:

$$d = d' + 2 \frac{u^2(\delta c)}{D} . \quad (\text{S13.9})$$

Tu je uzeto u obzir da mala udaljenost δc ima ništično očekivanje. Mora se također držati na umu da d , d' i δc nisu istovjetni u jednadžbi (S13.8) i jednadžbi (S13.9); pri čemu ti znakovi u jednadžbi (S13.8) prikazuju veličine koje nisu točno poznate ili slučajne varijable, a u jednadžbi (S13.9) one označuju očekivanja tih veličina. Kako je varijancija slučajne varijable jednaka očekivanju korijena njezina odstupanja od odgovarajućeg očekivanja, kvadrat standardne mjerne nesigurnosti koji treba pridružiti promjeru prstena u skladu s jednadžbom (S13.8) jednak je:

$$u^2(d) = u^2(d') + 4 \times (\alpha - 1) \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.10})$$

s

$$\alpha = \frac{m_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \quad (\text{S13.11})$$

koji je omjer središnjeg momenta 4. reda i kvadrata njegova središnjeg momenta 2. reda male udaljenosti δc . Taj omjer ovisi o razdiobi koja se pretpostavlja za δc . Ona poprima vrijednost $\alpha = 9/5$ ako se uzima da je δc pravokutno raspodijeljena tako da se u tome slučaju standardna mjerna nesigurnost koju treba pridružiti promjeru izražava izrazom:

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \quad (\text{S13.12})$$